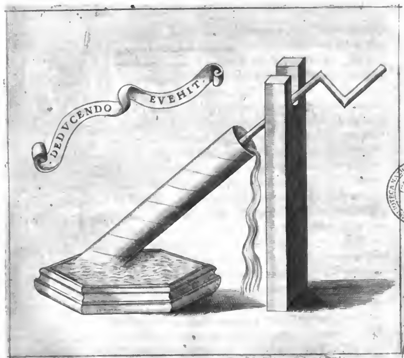
GVIDI VBALDI
E MARCHIONIBVS
MONTIS
DE
COCHLEA:
LIBRI QVATVOR:
SVPERIORVM PERMISSV, ET PRIVILEGII.



VENETIIS. MDCXV.
Apud Euangelistam Deuchinum.

ILLVSTRISSIMO VIRO
ALOYSIO IVSTINIANO,
IN VENETA CLASSE,
Triremium Condemnatorum Gubernatori.
HORATIVS E MARCHIONIBVS MONTIS. S. D.





Vod multis ab hinc annis summopere, ego semper optaui, quodq; Mathematicarum studiosi iamdiu impensius flagitabant, Libros quattuor de Cochlea Guidi Vbaldi è Marchionibus Montis patris mei; opus publico quodam iure natum, nunc demum publice persoluo. Serius, opinor, quam ij voluissent, quibus patria scripta in manus sumere cura est; sed tamen, si rei difficultas spectetur, non sero. Ad hoc enim tempus editionem differre mihi necesse fuit; ne, dum celeritati consultum vellem, opus mendis librariorum scatens darem, & fœtum hocce ex vitali abortiuum facerem. Vtinam vero, quemadmodum ex harum disputationum editione communibus litteratorum commodis satisfacturum me scio (libet enim de his laboribus sine vlla inuidia recte ominari) ita mihi ipsi prorsus satisfacere liceret. Quod enim tibi, idest viro, vt mittam nobilissimo, atq; inter primores amplissimæ Reip. familias orto, virtutum certe omnium splendore Clarissimo eas inscribo, id tantum recte, atq; ex animo facio; cetera non item; qui enim, aut maximis tuis erga me officijs, aut voluntati saltem meæ hac ratione rependam? Hæreditarium est, quod tibi dò, videlicet non plane meum, fortasse etiam tibi debitum iure legati; cui enim Pater si viueret, illud rite dicaret te excepto? Nam, vt erat ille non minus egregius Mathematicus, quam gratus probusq; cliens, Mathematicorum vt ita dicam principem, & bonarum omnium artium patronum leui hoc munere non fraudasset. Illo autem mortuo, quid aliud mihi faciendum erat? Vide igitur Vir Illustriß. primum, quod tibi offero, quam sit exiguum; deinde quot, quibusq; nominibus debitum, vt egregia illa tua animi magnitudine, & spectata omnibus munificentia maxime sit opus, quo facilius possis, tum patriæ, & meæ simul existimationi prospicere, tum labores hosce fouere, qualicumq; nostra grati animi signifi-

significatione contentus. Impudens enim sim, si obtrudam, magni animi esse conferre beneficia; longe maioris obliuisci collata. Tritum id, & quod vulgares homines non lateat; Illud excessum, & prope diuinum, scilicet tuo dignum ingenio, nunquam in hoc vno benefaciendi genere fatigari; sed si aliquando a beneficijs desistendum, tunc solum desistere, cum nemo sit, in quem conferas. Veruntamen tu; qui multum in omni virtute præstas, non es ad humanitatem hoc tempore impellendus; rectius tuo iure ages, hoc est benigne beneuoleq;. Sic, non modo hoc paterni monumentum ingenij, æternum meæ in te obseruantiæ pignus, libenter accipies; sed me ipsum quoq; iam pridem in familiam tuam cooptatum adscriptumq;, perpetuo retinebis. Quod, vt facias, te etiam, atq; etiam rogo. Vale Vir Illustriss. cum ad amplitudinem Reip. tum ad bonarum artium præsidium diu felix. Vale.

GVIDI VBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS IN SVVM TRACTATVM DE COCHLEA.

PRÆFATIO.



VLTA ſcientia Mathematica detegit, oſtenditq; reperiri, quæ communibus notionibus, & omnino ſenſui repugnare videntur; neque enim ea per ambages, variaſque verborum interpretationes, vel per latentes aliquas argumentationes, ſic eſſe, oſtendere contendit. (hoc namque modo res non tantum manifeſta, quin potius eò magis obſcura permaneret) ſed apertiſſimis, certiſſimiſq; demonſtrationibus, ea ſic ſe habere demõſtrat. Et vt rem aliquo illuſtremus exemplo, quis non concederet, ſi alicuius rei datur aliqua maior, & minor, quòd de eodem genere illi dari poſſit æqualis? Hoc ſanè videtur axioma. Geometria tamen, hoc non eſſe ſemper verum, perſpicuum reddit. Nam dato angulo rectilineo recto, dari poteſt quidem angulus mixtus circumferentia, rectaque linea contentus, qui ſit angulo recto, & maior, & minor, non tamen dari poteſt huiuſmodi angulus mixtus angulo recto æqualis. vt ex Euclide, Procloq; perſpicuum eſt. Similiter nemo quidem concederet, aliqua dari poſſe, quæ dum perducuntur, inuicem propiùs ſemper accedant, tamen inter ſe nunquam conueniunt, etiam ſi in infinitum perducantur. Nimirum hoc ita ſenſui repugnare videtur, vt contrarium huius pro axiomate ſumi conuenientiſſimè poſſe videatur. Nam in infinitum res perduci, propiùſq; inuicem ſemper accedere, at verò nunquam conuenire poſſe inter ſe, admitti nullo modo poſſe videtur. quæ tamen, qui in mathematicis verſati ſunt, optimè callent, accidere aſymptotis cum hyperbole, nec non lineæ concoidi cum recta linea, & alijs.

Hęc quippe, & alia, (quę breuitati ſtudentes recenſere noluimus) ita in Mathematicis ſunt admiranda, vt ſenſus rationi omnino cedere cogatur, quod euenit ob mathematicarum demonſtrationum certitudinem, atque præſtantiam, quæ admiratione perfectò dignæ ſunt: propterea q; ſummo ſtudio amplectendæ; quandoquidem adeo noſtrum ingenium extollunt, atque in cognitionem talium rerum perducunt, vt ea aſſerere, faterique cogamur, quæ abſque ipſarum demonſtratio-

num vi, nunquam concessissemus. vt præcipuè in facultate mechanica perspicuè cernitur; quæ quidem admiranda propriè in medium affert. siquidem magnas moles ab exigua virtute moueri, & alia, quotidiè apparent: ex qua facultate elici mihi posse videtur, quod quamuis ea, quę super iùs dicta sunt, & alia nonnulla reperiantur admiratione digna; in eius tamen comparatione, quod à nobis propositum est pertractare, ea vix dici possint admirabilia: adeo enim admirabile problema proponi potest, vt non solum sensui, ac rationi, cui Mathematica disciplina potissimum innititur, verum & ipsi quoque Naturæ contrarium prorsus esse videatur. vnde pro re impossibili potiùs eijciendum, quam concedendum videtur. Proponimus enim, efficere posse, vt graue aliquod non vi aliqua, sed ex sua prorsus natura deorsum moueatur, tamen quia descendit, sursum tendet, & quò vlterius mouetur, semper deorsum moueatur, semperque in altiorem locum magis, ac magis motum esse reperiatur, quàm sit locus, vnde moueri cœperat. atque hoc etiam in infinitum.

Quis maiorem repugnantiam, ne dicam contradictionem intellexit? quomodo concedi potest graue aliquod sponte deorsum moueri, & ob id sursum tendere? quis vnquam naturalis philosophus concedet hoc? non nè statim hoc sensui, rationique repugnare, atque ipsimet naturæ contrarium esse videtur? quæ quidem simul potius concedent si graue sua natura descendit, semper ob descensum in inferiori loco, quam vnde moueri cœperat, reperiri. at non è conuerso. Problema tamen est verissimum, certissimum, ac propterea mirabilissimum, vt ex ijs, quæ dicentur, perspicuum erit. assequitur enim hoc cochleę instrumento, quo sursum attollitur aqua, de quo scopus noster est pertractare. Quod quidem instrumentum antiquum est (nunc non intelligimus de cochlea, qua pondera mouentur, sed de hac præcipuè, qua sursum attollitur aqua) inuentio enim attollendi aquam hoc instrumento magno tribuitur Archimedi, vt Diodorus Libro primo testatur. Quòd si nullum extaret quoque testimonium, ego certè nulli alij, quam Archimedi tribuissem; nam in huiuscemodi rebus, quæ subtilissima sunt, Archimedi tribuenda sunt. adeò enim omnes alios solertia, ingenijq; acumine antecelluit, vt ipse solus ante alios, vel (vt ita dicam) extra alios ita sit collocandus, vt ex alijs, nec secundus, nec ipsi proximus forsan reperiri possit.

Proposuimus igitur subtilissimum Archimedis inuentum, quod quidem aliam quoque habet admirationem cæteris rebus admodum maiorem. Nam res admirabilis apparet, quando effectus cernitur, sed latet artificium; statim verò ac rei cognita est interna ratio, cessat admiratio. In hac verò cochlea res aliter se habet, etenim si hoc instrumento aquam sursum tendere cernimus, miramur quidem, sed quia intus instrumentum aliquod inesse immaginamur, quod possit hunc effectum

ctum perducere; quo cognito, concipimus admirationem cessare, vt huiusmodi rebus contingere solet; propterea non multum admiramur: attamen postquam cognita est huius motus propria causa, non tantùm nō cessat admiratio, quin potius admodū augetur; cùm sursum moueri aqua contingat, quia deorsum mouetur: vnde in hoc potiùs causa, quam effectus est admiratione digna, quòd in alijs rebus effectus potiùs, quam causa admirari solet. Et quamuis omnes causæ mechanicorum effectuum admiratione non careāt, vt in nostris commentarijs in Archimedis æqueponderantium libros declarauimus: inter hanc verò, aliasque res mechanicas, hæc inest differentia. quòd in alijs, etsi cognita causà non cessat admiratio: in hac tamen auget, atque ita augetur; vt res penè incredibilis appareat. Neq; enim putet aliquis nos in aliqua verborum deceptione hoc proposuisse, nam ad euitandam omnem ambiguitatem, nouisse oportet, quòd si aqua deorsum sponte non moueretur, neq; sursum quoq; magis, ac magis semper ascenderet, ita vt causa, cur sursum graue reperiatur, sit eius motus deorsum, quod quidem captu admodum difficile videtur, nam quæ afferri poterit ratio, qua hoc demonstrari possit? si res sic se habet quomodo sensus non decipitur, naturaq; sibi ipsi contraria non existit? Attamen ratio est eui dens, ac de monstrationibus perspicua, sensusq; in hoc non acquiescit tantum ratione coactus, quia res ipsa, quando cognita est, & ad actum deducitur ipsamet cochlea tra hic motus oculis perspicitur. Natura quoq; sibi minimè contrariatur, quoniam ars naturæ coniuncti hunc potest perducere mirabilissimum effectum his contrarietatibus refertum: cęterum quia in præfatis commentarijs diximus artem sequi, imitarique naturam triplici modo, (quod ex Aristotele excerpsimus) siquidem vel ars tantùm imitatur naturam, vt efficit Pictura, vel ipsam coadiuuat, vt Medicina, vel ipsam quoque superat, vt in rebus Mechanicis apparet, ob ea verò, quæ proposuimus, nunc videtur mihi addere posse quartum nempe, quòd ars aliquando decipiat, illudatq; naturam ipsam, siquidem ars efficit, vt natura suos perducat effectus naturales. tamen ipsi contrarium accidat eius, quod intendit, vt graue, quod dum naturali motu deorsum tendit, sursum moueatur,

Quanta igitur digna sit admiratione Mathematica, ac præcipuè Mechanica: ex hoc solo dignosci maximè potest: quandoquidem demonstrationibus potissimum geometricis hic motus ferme sibi ipsi contrarius detegitur.

Ad inueniendum igitur latens huius cochleę artificium, qua sursum attollitur aqua, primum eorum meminisse oportet, quæ in nostris mechanicis de cochlea, qua mouentur pondera, in lucem protulimus, ea-dem enim est cochlea, quo ad instrumenti formam, quandoquidem ex helicibus circa cylindrum constructis vnà cum suis manubrijs constat, Duplici autem ratione cochlea cōsiderari potest, vel vt ab ipsa ponde-

ra mouentur, vel vt ipſa ſurſum attollitur aqua. Quomodo mouentur grauia, iam in præfatis mechanicis dictum fuit, eſtq; tunc cochleæ neceſſarium, vt habeat ſuam (vt aiunt) fœminam, ſiue matrem, vel ipſi applicetur zylum, vel dentata rota, vel huiuſmodi alia, vt ſuos poſſit producere effectus. Quomodo autem cochlea ſurſum extollatur aqua primum obſeruandum occurrit: quòd ſi helices erunt non lenticulari forma, ſed quadrata (vt Pappus vocat) ad hauriendam aquam aptiores exiſtent, præterea nunc cochlea ſua matrice, vel huiuſmodi alijs adminiculis non indiget, ſed ipſa ſibi ſola ſufficiens eſt. quæ tantùm opus habet, vt helices in ſuperficie cilyndri clauſę exiſtãt; quod requiritur, vt aqua, quæ ſuper helices fluit, extra cochleam labi non poſſit.

In lib. 8.

Porrò inſtrumentum hoc notum eſt, vt ex aliorum ſcriptis, præcipuèq; (vt alios omittam) ex Vitruuio lib. 10. conſtat, & in ijs, quæ nota ſunt immorandum non eſt; cùm præſertim, quomodo vniuerſaliter conſtituatur cochlea, ex Pappo in octauo mathematicarum collectionum libro, & ex noſtris mechanicis ſatis perſpicuum ſit.

Nec miretur aliquis, quòd poſt veteres, recentioreſq; viros, qui de hoc inſtrumento pertractarunt, de eodem nos quoq; verba facere auſi ſimus. Nam fateor quidem omnes de hac cochlea multa dixiſſe, ſed præcipua quædam, quæ ad inſtrumenti huius cognitionem perfectam pertinere videntur, omnino prętermiſiſſe. Etenim docent quidem, ſiue potiùs tantùm affirmant (hoc enim ſenſu percipitur) hoc inſtrumento aquam ſurſum attolli: qua verò ratione id contingat, non docent. ita vt, quamuis de hac cochlea ſcripta reperiantur, inſtrumentumq; hoc per manus hominum, extiterit; tamen tot antea tranſactis ſęculis latuiſſe, non erit fortaſſe inconueniens aſſerere, cùm nemo vnquam hãc cochleam, vt eius cognitio expoſtulat, declarauerit; ac non ſolùm; nõ declarauerit, ſed (quòd ipſe viderim) nec artificium, quod in ipſa ineſt, cognouerit, nullũ enim proſpectũ habetur, eius ignorata cauſa. Quòd ſi aliquod extaret de hac re ſcriptum Archimedis, artificiũ non latuiſſet, noſtraſq; demonſtrationes miſſas facere poſſe, nõ eſſet ambigendum. In Archimedis verò ſcriptis hactenus inuentis, ne verbum quidem de hac re inuenitur, nec ab alio (quod ſciam) affirmatur, ipſum de hac cochlea ſcripſiſſe: quod ſi fecit, omnino amiſſum eſt. Quare ab opere deſiſtere nolui, quamuis noſtri ingenij tenuitati res valde onerosa, & impar exiſtat. Verum nobis ſatis eſt (more noſtro) attigiſſe aliqua, quæ quidem ob nouitatem eorum, quæ dicuntur, legentibus fortaſſe non iniucunda erunt; quod imperfectum remanſit alij perficient.

Vnde igitur hic effectus proueniat, quomodo .ſ. inſtrumento cochleæ aqua ſurſum attollatur, ita vt propria huius effectus dignoſcatur cauſa, patefacere pro viribus aggrediamur, ſpeculatio quidem ſubtilis, ſcituque digna eſt, & curioſa.

GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS DE COCHLEA.

Liber Primus.

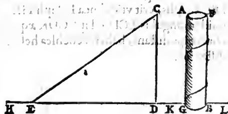
PROPOSITIO I.

PROBLEMA.

Cochlea quomodocunq; constituta, quomodo se habeant helices ad orizontem inuenire.

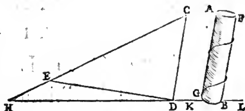


ATA sit cochlea AB, æquales habens helices, Inuenire oportet, quomodo se habeant helices ad orizontem. Sint in cochlea, puta, duæ helices, quarum vnaquæque intelligatur integra helix nempe monostrophos, vt Pappus vocat, quæ in eodem cylindri latere incipit, & desinit; inueniaturque ex ijs, quæ de cochlea diximus in nostro Mechanicorum libro triangulum CDE rectum habens angulum EDC, quod quidem triangulum ostendat angulum helicium in cylindro existentium, facta s. DE circũferentiæ circuli cylindri dupla. lineaq; DC altitudini cylindri æquali: hoc namque modo ostendet angulus DEC angulum, quo helices in cylindro sunt cõstructæ. vt triangulo EDC circa cylindrum conuoluto; manifestum est. Deinde ducatur HDK BL orizonti æquidistans. Si igitur cochlea sit orizonti perpendicularis, hoc est, si cylindri latus (in his enim semper de cylindro recto sermo est) ad orizontem fuerit ad angulum rectum, vt FBL sit angulus rectus, cui æqualis sit angulus CDK, ipsius helices nihil aliud erunt, nisi

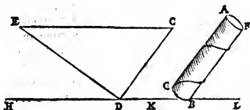


planum

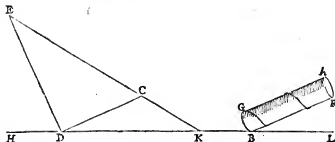
planum orizonti inclinatum in angulo D E C. quod quidem ex præfato cochleæ nostro tractatu perspicuum est.



Quòd si cochlea (vt in 2. figur.) fuerit horizōti inclinata in angulo FBL, qui sit maior, angulo DCE, ita constituatur triangulū EDC, vt angulus CDK sit FBL æqualis. Cùm itaque angulus CDK maior sit angulo DCE; anguli CDK CDH simul sumpti (qui sunt duobus rectis æquales) erunt angulis DCH CDH simul sumptis maiores, ac propterea sunt hi duobus rectis minores. linea igitur CE perducta cum HK ex parte E concurret. Quare cōcurrat in H. Quoniam igitur CD est secundum inclinationem latus cylindri, helices in cylindro erunt, vt linea EC, linea verò EC est ad orizontem inclinata in angulo CHK. ergo helices quoque ad horizontem similiter se habebunt.



Si verò (vt in 3. fig.) inclinatio cochleæ fuerit angulus FBL, qui angulo ECD æqualis existat; constituatur triangulū DCE ita, vt angulus CDK sit angulo FBL æqualis, erit vtriq; linea EC ipsi HK, & orizonti æquidistans, siquidem angulus ECD est ipsi CDK æqualis. Cum itaque CE sit horizonti æquidistans, habebit cochlea helices, ac si orizonti essent æquidistantes.



Cæterum ſi (vt in 4. fig.) cochleæ inclinationis angulus FBL fuerit minor angulo ECD, poſito triangulo EDC, ita vt angulus CDK ſit angulo FBL æqualis. Cùm ſit angulus ECD maior CDK, anguli ECD DCK ſimul ſumpti (qui duobus ſunt rectis æquales) angulis CDK DCK ſimul ſumptis maiores erunt; quare linea EC perducta cum HK ex parte C conueniet. Itaque concurrat in K. Quoniam igitur helices ſe habent, vt EC, erunt helices ad orizontem inclinatę, vt linea ECK.

Itaque in prima figura helices cochleæ ex G ſurſum tendunt; ſuntque ad orizontem inclinatæ in angulo DEC, cùm HEDK recta ſit linea, & orizonti æquidiſtans.

In ſecunda verò figura helices ſimiliter ſurſum tendunt; & ad orizontem ſe habent, vt angulus DHC.

In tertia figura helices ſunt, ac ſi ipſi orizonti eſſent æquidiſtantes, ſunt enim, vt EC, quæ orizonti eſt æquidiſtans.

In quarta verò figura helices ex G orizontem verſus deſcendunt, ſicuti efficit linea ex E in C, eruntque helices ab initio tanquam orizonti concurrentes in angulo EKH, quæ quidem omnia inuenire oportebat.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtum eſt, in ſecundo caſu, quò maior fuerit acutus angulus CDK, eò lineam EC, ac per conſequens helices ſurſum magis tendere, in quarta verò figura, quò minor fuerit angulus CDK, eò lineam EC, ſimulque helices cochleæ ad orizontem, deorſumque magis tendere.

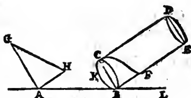
PRO-

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Datæ cochleæ inclinationem inuenire, ita vt aqua ſuper helicem fluere poſsit.

Sit A B orizon, ſitque data cochlea B D, cuius helix ſit CF. cochleæ inclinationem inuenire oportet, vt aqua ſuper helicem fluere poſſit. Secetur cylindrus per axem, ſectioque BCDE ſit orizonti erecta. ſitque CF helix dimidia, quæ ad inueniendum, quod quæritur,



ſatis eſt. Exponatur deinde triangulum AGH rectangulum, rectum habens angulum ad A. ſitque AG dimidio perimetri cylindri BKC æqualis, atque AH ſit ipſi BF æqualis. Patet ſanè in cylindro helicem eſſe in angulo AGH. Itaque conſtituatur triangulum AGH, ita vt angulus HAB ſit minor angulo GHA. Deinde cylindri latus BFE ita ad orizontem inclinatus ſimiliter conſtituatur; vt angulus EBL, ſit æqualis angulo HAB. nimirum ita ſe habebit helix ad orizontem, veluti GH, quæ deorſum ad partem H vergit. Aqua igitur mouebitur, fluetque ſuper helicem verſus F. quod inuenire oportebat.

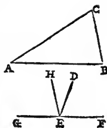
Ex praecedenti.

PROPOSITIO III.

PROBLEMA.

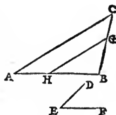
Data ſit linea AB, datuſq; angulus ABC, ex dato puncto A rectam lineam ducere, quæ cum B C datum faciat angulum DEF.

Oportet autem angulos ABC DEF ſimul ſumptos duobus eſſe rectis minores.



Producatur FE in G, fiatq; angulus GEH angulo B æqualis. fiatque angulus BAC angulo DEH æqualis. Quoniam enim tres anguli trianguli sunt duobus rectis æquales, veluti quoque sunt tres anguli ad E, qui super recta linea existentes sunt duobus rectis æquales, & angulus B est angulo GEH æqualis, angulus verò ad A est angulo DEH æqualis; ergo, reliquus angulus C est dato angulo DEF æqualis. quod facere oportebat.

A L I T E R.

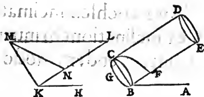


Iisdem positis sumatur in BC quod vis punctum G. fiatq; angulus BGH æqualis dato angulo DEF. ducaturq; AC ipsi HG æquidistans, erit sanè angulus C ipsi BGH, & per cōsequens dato angulo DEF æqualis. quod facere oportebat.

PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

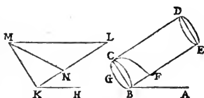
Dato cylindro ad orizontem inclinato, in ipso helicem construere, vt aqua super ipsam fluere possit.



Sit orizon AB, sit cylindrus BD, qui secetur plano per axē, & orizonti erecto, sitque sectio BCDE. erit vtiq; ABE angulus cylindri inclinationis datus, helicem construere oportet, vt aqua in hac data inclinatione super helicem fluere possit. Exponatur angulus rectus MKL, sitq; KM dimidio perimetij cylindri BGC æqualis. ducaturq;

B linea

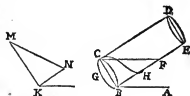
Ex praecedenti. linea M L, quæ faciat angulum K L M æqualem angulo E B A. Deinde inter K L vtcumq; sumatur punctum N. iungaturq; M N, & secundùm lineam M N describatur helix C F. Dico aquam super helicem fluere posse. Fiat angulus L K H æqualis ipsis M L K E B A: & quo-



21. primi. niam angulus M N K maior est angulo M L K, ac per consequens maior *Ex primabus.* angulo N K H, linea M N ex parte M cum K H conuenier. vnde & helix tanquam cum orizonte concurret. deorsum igitur rédit helix ex parte F. ergo aqua ad hanc partem fluere potest, quod facere oportebat.

A L I T E R.

Dato, & cõstructo eodem modo cylindro, ducatur C F ipsi B A æquidistans, & inter B F quod vis sumatur punctum H. exponaturque triangulum K M N rectangulum, rectum habens angulum ad K. sitque K M dimidio perimetri cylindri æqualis nempe C G B. & K N sit æqualis B H. deinde secundum lineam M N describatur helix C H. Tunc si fuerit aqua in helice, patet ipsam ad H moueri, fluiq; oportere. cum sit H, orizonti propinquius, quam C. factum igitur est, quod propositum fuerat.



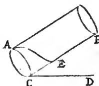
PROPOSITIO V.

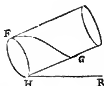
PROBLEMA.

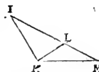
Data cochlea inclinata, alterius datæ cochleæ inclinationem inuenire, ita vt helices ad orizontem eodem modo se habeant.

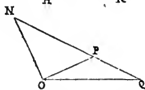
Data

Data sit cochlea A B, cuius helix A E, inclinatio autem ad orizontem sit BCD. altera verò sit data cochlea FGH, cuius helix FG. huius cochleæ inclinationem inuenire oportet, vt helix FG eodem modo se habeat ad ori-







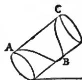


zontem, vt helix A E. Exponatur triangulum rectangulum I K L, quod (vt antea dictum est) respondeat ipsi A E C, fiatq; L K M angulus angulo E C D æqualis; erit vtique K M tanquam orizon; perducaturque I L M. nimirum se habebit helix A E ad orizontem in angulo L M K. itaque alterum exponatur triangulum rectangulum N O P, quod respondeat ipsi F H G. perducaturque N P in Q. Fiatque à puncto O angulus O Q P æqualis angulo L M K. Intelligaturque O Q orizon. constituaturq; cochlea F G H cum orizonte in angulo G H R, qui sit angulo P O Q æqualis; erit vtique helix F G ad orizontem in angulo N Q O. Quapropter helices A E F G ad orizontem eodem se habebunt modo. quod facere oportebat.

In prima huius.

Ex tertia huius.

Porrò hæc, quò ad quandam huius instrumenti cognitionem vniuersalem, dicta sufficere videntur. At verò quoniam in A B medietate tantùm helicis cochleæ inclinatę aquam descendere posse ostendimus; ac reliqua helicis medietas, vt B C sursum tendere videtur; cùmq; adhuc neq; omnes helicis partes ipsius medietatis A B semper deorsum tendant, vt patebit; propterea exquisitiùs in sequentibus alia multa inuenire, variaq; helicis accidentia ostendere oportet, vt nimirum ex his, ex qua helicis parte aqua descendere incipit, & in quam partem desinit; ac præcipuè quomodo aqua super helices mouetur, & quomodo ipsa descenden do tandem ex infimo loco in altum magis, ac magis semper perueniat, dignoscere possimus. Verum nonnulla priùs ad inueniendas demonstrationes, easq; clariores reddendas necessaria seorsum ostendemus.



PROPOSITIO VI.

Si prima ad ſecundam, ſit vt tertia ad quartam, rurſus prima ad quintam ſit, vt tertia ad ſextam, erit prima ad ſecundam, & quintam ſimul, vt tertia ad quartam, & ſextam ſimul.

Hoc in noſtris commentarijs, nempe in lemmatibus ante XIII. propoſitionem Archimedis primi æqueponderantium libri, fuit à nobis demonſtratum, (& vniuerſalius adhuc) hoc modo.

Sit A ad B, vt C ad D, rurſus A ad E ſit, vt C ad F, Dico A ad B E ſimul ita eſſe, vt C ad D F. Quoniam
Cor. 4. quinti. enim A eſt ad B, vt C ad D, erit conuertendo B ad A, vt D ad C. eſt autem A ad E, vt C ad F, ergo ex æquali
22. quinti B erit ad E, vt D ad F. quare componendo ſicut B E
18. quinti ad E, ita eſt D F ad F. Quoniam autem A eſt ad E, vt
Cor. 4. quinti. C ad F, erit conuertendo E ad A, vt F ad C, rurſus igi-
22. quinti tur ex æquali erit B E ad A, vt D F ad C, ac deniq; conuertendo A erit ad B E, vt C ad D F. quod demonſtrare oportebat.



PROPOSITIO VII.

Si quatuor fuerint magnitudines, quarum prima ſit maior ſecunda, tertiaq; maior quarta, maiorem habebit proportionem prima ad quartam, quam ſecunda ad tertiam.

Hoc in tractatu de vecte noſtrorum Mechanicorum demonſtrauimus hoc modo.

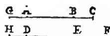
Sint quatuor magnitudines A B C D, primaq; A maior ſit ſecunda B, tertiaque C maior ſit quarta D. Diuo A ad D maiorem habere proportionem, quam B ad C. Quoniam
8. quinti. enim A ad C maiorem habet proportionem, quam B ad C; A verò ad D maiorem quoq; habet proportionem, quam ad C; A igitur ad D maiorem habebit, quam B ad C, quod demonſtrare oportebat.



PRO-

PROPOSITIO VIII.

Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, fuerintque prima minor tertia, quibus magnitudines addantur æquales, prima cum adiecta maiorem habebit proportionem ad ſecundam, quam tertia cum adiecta ad quartam.



Habeat prima A B ad ſecundam B C maiorem proportionem, quam tertia D E ad quartam E F. ſitq; A B minor, quam D E, quibus æquales addantur magnitudines A G D H. Dico G B ad B C maiorem habere proportionem, quam H E ad E F. Quoniam enim G A ad AB maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, componendo habebit G B ad B A maiorem proportionem, quam H E ad ED, habet autem A B ad B C maiorem, quam D E ad E F. ergo ex æquali G B ad B C maiorem habet proportionem, quam H E ad E F, quod demonſtrare oportebat.

Ex 8. quinti. *28. quinti* *31. quinti*

PROPOSITIO IX.

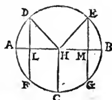
In circulo ABC ſit AB diameter. ſintque AC CB circuli quartæ. duæq; ſumantur circunferentiæ CD CE æquales. lineęq; ad AB perpendiculares ducantur DF EG. Dico DF EG interſe æquales eſſe.

Du-

Ducatur CH ad AB perpendicularis, quæ in centrum H cadet, iunganturque HD HE. Quoniam enim circunferentiæ CD CE sunt æquales, erit angulus DHC angulo EHC æqualis; quibus si auferantur æquales anguli AHC BHC, qui sunt recti; reliquus DHL reliquo EHM erit æqualis, anguli verò ad LM sunt recti, & æquales, latusque HD ipsi HE est æquale; ergo triangulum DHL triangulo EHM est æquale, & HL ipsi HM æqualis existit. quare DF EG inter se sunt æquales. quod demonstrare oportebat.

Ex 27. tertij.

14. tertij.

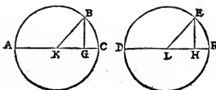


PROPOSITIO X.

Si duo fuerint circuli æquales ABC DEF. quorum diametri AC DF. æqualesq; sumantur circunferentiæ AB DE, diametrisq; perpendiculares ducantur BG EH. Dico BG ipsi EH æqualem esse, & AG ipsi DH.

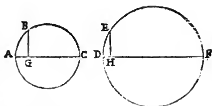
Primum enim si GH fuerunt circulorum centra, patet GB HE GA HD inter se æquales esse. Quod si GH circulorum centra non extiterint, sed KL, iungantur BK EL. Quoniam igitur circunferentia AB est æqualis circunferentiæ DE, erit angulus AKB æqualis angulo DBE, quare & reliqui BKG ELH super rectis lineis AG DH existentes inter se sunt æquales, & quoniam anguli ad GH sunt recti, & æquales, & latera KB LE æqualia, erit triangulum triangulo æquale, lineaq; BG æqualis EH, & KG ipsi LH; vnde & AG ipsi DH æqualis existit, quod demonstrare oportebat.

27. tertij.



PROPOSITIO XI.

Si in circulis inęqualibus duę cadant æquales lineæ diametris perpendiculares, minor quatuor partium diametrorum erit in maiori circulo.



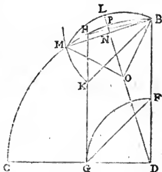
Sint duo circuli ABC DEF inæquales, quorum minor ſit ABC, fuerintq; diametris AC DF ad angulos rectos æquales lineæ BG EH. Dico minorem eſſe DH, quam vnaquæque FH CG GA. Quoniam enim BG media eſt proportionalis inter CG & GA, erit rectangulum CGA quadrato ex BG æquale. ob eandemq; cauſam rectangulum FHD quadrato ex HE exiſtit æquale: quia vero quadrata ex BG HE ſunt interſe æqualia, rectangula quoq; CGA FHD interſe ſe æqualia erunt. In eadem igitur eſt proportione FH ad CG, vt GA ad HD. Quoniam autem maior eſt FD, quàm CA; eſt enim FD maioris circuli diameter, neceſſe eſt FH maximam eſſe quatuor linearum proportionalium, & HD minimam, quod demonſtrare oportebat.

Ex 13. ſexti. *17. ſexti.* *16. ſexti.* *Ex 25. quinti.*

PROPOSITIO XII.

Si circa idem centrum duæ ſint circuli quartæ, & ab extremitate minoris alteri ſemidiametro æquidiſtans ducatur linea: minoris quartæ circunferentia erit maior, quam circunferentia maioris circuli inter parallelas lineas intercepta.

PRO-

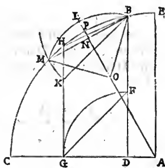


Sint quartæ circuli DBC DFG circa idem centrum D. & à puncto G ipsi BD æquidistans ducatur GH. Dico circumferentiam FG circumferentia BH maiorem esse. Fiat GK æqualis FB. Iunganturque BH BK FG. erit vtique BK ipsi FG æqua-
31.primi. lis, & quoniam quadrilateri BDGH quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales, & qui sunt ad D G sunt recti, erunt reliqui DBH BHG duobus rectis æquales, & angulus DBH est acutus (cùm rectus angulus à puncto B
16.tertij. cum linea BD circulum BHC contingat in B) ergo BHG est obtusus. quarum linea BK maior est linea BH. Itaque centro B in-
18.primi. tervalloq; BK circulus describatur KM, qui circumferentiam BHC secabit, vt in M extra circumferentiam BH. Iungatur deinde BM, quæ quidem æqualis erit ipsis BK FG. diuidaturque BM bifariam in N, connectaturq; DN, quę perducatur in L, circumferentiamq; BHM secet in P. & à punctis BM super linea BM anguli constituantur. BMO MBO æquales angulis DFG FGD; vnde angulus BOM erit angulo FDG æqualis, & quoniam anguli ad FG sunt æquales, erunt & anguli OBM OMB inter se æquales. quapropter lineæ BO
6.primi. OM non solùm inter se, verum etiam ipsis DF DG sunt æquales, porrò igitur perpendicularis linea, quæ ab O cadit in BM ipsam BM bi-
Ex 10.primi. fariam secabit. sed linea DN perpendicularis est lineæ BM, ipsam-
3.tertij. que bifariam diuidit in N. necesse est igitur punctum O in linea DN reperiri. Itaque centro O interuallo quidem OB circulus describatur BLM quem quidem linea DP secet in L; erit sanè BLM quartæ FG æqualis. Cùm autem semidiametro DP perpendicularis existat linea BN, & semidiametro OL eadem sit perpendicularis BN; ex pręcedenti, si circuli intelligantur completi cum suis diametris, minor erit NP, quam NL, quapropter circumferentia BLM extra circumferentiam BPM cadet. Quia verò BLMNB BPMNB sunt figuræ ad easdem partes cauę; ex ijs, quę ab Archimede in libro de sphęra & cylindro supponuntur, maior erit circumferentia BLM, hoc est circumferentia FG, quam circumferentia BHM, & BHM maior est ipsa BH. ergo circumferentia FG circuli quarta maior est circunferentia BH. quod demonstrare oportebat.

PRO.

PROPOSITIO XIII.

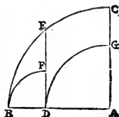
Sit rurſus circuli quadrans A C E, & inter C A duo vtcumque ſumantur puncta GD. ducanturq; GH DB ad CA perpendiculares, atque centro D interualloque DG circuli quadrans deſcribatur GF. Dico circunferentiam GF maiorem eſſe quam BH.



Hoc enim eodem prorſus modo oſtendetur, primumque patet punctum F eſſe in linea DB, deinde alia ſimiliter exponantur, hoc eſt iungantur FG BH, ſeceturq; GH in K, ſitq; GK æqualis FB. ne eadem repetantur eadem ratione oſtendetur BHK eſſe angulum obtuſum; & BK maiorem eſſe BH. quare centro B circulus deſcribatur KM, iungaturq; BM, quæ bifariam diuidatur in N, ducaturq; ANPL. deinceps fiant anguli MBO, BMO angulis GFD FGD æquales, eodem modo oſtendetur punctum O in linea ANPL exiſtere; & BO MO ipſis DF DG æquales eſſe; nec non angulum MOB ipſi GDF æqualem; quare O centro, circulus deſcribatur BLM. vnde circunferentia BLM erit circunferentiæ GF æqualis, eademque ratione demonſtrabitur NL maiorem eſſe NP. ac propterea circunferentiam BLM continere ipſum BPM. vnde ſequitur BLM maiorem eſſe, quam BHM. & ob id circunferentiam FG maiorem eſſe circunferentia BH, quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XIV.

Sit quarta circuli ABC, & in AB quod vis punctum ſumatur D. à quo ipſi AC æquidiſtans ducatur DE. deinde centro D interualloq; DB quarta deſcribatur BF. Dico circunferentiam BF minorem eſſe circunferentia BE.



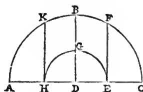
Deſcribatur interuallo AD quarta DG. *22. octaui libri Pappi.* Quoniam enim circulorum circunferẽtiæ: ita ſe habent, vt eorũ diametri. ſemicircunferentiæ ſe habebunt, vt eorum ſemidiametri, & antecedentium dimidia, nempè quarta BC ad quartam DG erit vt BA ad AD. Similiter BC ad BF erit, vt BA ad BD. quare *6. huius.* erit BC ad DG BF ſimul, vt BA ad AD DB ſimul. hoc eſt ad eandem AB. vnde ſequitur BC ipſis DG BF ſimul ſumptis æqualem eſſe, quod *30. quinti.* cum ſit DG maior EC, erit BF minor BE. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XV.

Sit ſemicirculus ABC, ſitque diameter AC, & à centro D ipſi AC perpendicularis ducatur DB. deinde inter DC quod vis ſumatur punctum E, à quo ipſi DB ducatur æquidiſtans EF. Dico maiorem habere proportionem AB ad AF, quam AD ad AE.

De-

Deſcribatur centro D, interualloq; DE circulus EGH. Quoniam enim, vt in antecedenti diximus, ita ſe habet circuli quarta ad quartam, vt ſemidiameter ad ſemidiametrum, erit EG ad BA, vt ED ad DA. & quoniam EG maior eſt FB. minorem habebit proportionem FB ad BA, quam EG ad BA; quare minorem habebit proportionem FB ad BA, quam ED ad DA. componendoque FA ad AB minorem, quam EA ad AD. conuertendo igitur AB ad AF maiorem habebit, quam AD ad AE. quod demonſtrare oportebat.



12. huius. 8. quinti. 28. quinti 26. quinti

PROPOSITIO XVI.

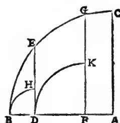
Iiſdem autem poſitis, vtcumq; inter AD ducatur HK ipſi BD parallela. Dico AB ad AK minorem habere proportionẽ, quam AD ad AH.

Eadem ratione, per punctum H deſcribatur circulus GHE. Quoniam enim AB quarta ad quartam HG eſt, vt AD ad HD, & BK minor eſt HG; maiorem habebit proportionem AB ad BK, quam AD ad DH. ergo per conuerſationem rationis AB ad AK minorem habet proportionẽ, quam AD ad AH. quod demonſtrare oportebat.

12. huius. 32. quinti

PROPOSITIO XVII.

In quadrante ABC duæ ſint lineæ DE FG ipſi AC parallelæ. Dico BE ad BG maiorem habere proportionem, quam BD ad BF.



Centris enim D F, interuallisque DB F D, quadrantes deſcribantur B H D K. & quoniam D K ad B H eſt, vt F D ad D B, vt antea diximus; atque eſt E G mi-
18. huius nor D K, minorem ergo proportionem ha-
8. quinti. bet E G ad BH, quam D K ad B H. vnde E G ad B H minorem habet, quam F D
14. huius ad D B, at vero quoniam B E maior eſt B H, habebit adhuc G E ad E B minorem,
28. quinti quam F D ad D B. componendoq; G B ad B E minorem habe-
26. quinti bit, quam F B ad B D. conuertendo igitur B E ad B G maiorem haber proportionem, quam B D ad B F, quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XVIII.

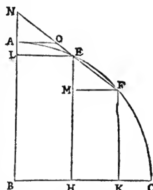
Iiſdem verò poſitis. Dico maiorem habere proportionem G B ad B E, quam F G ad D E.

In ijs enim, quæ de ſinibus, cordisque pertractantur talis demonſtratur propoſitio, nempè. Si in circulo fuerint duo arcus inæquales, quibus cordæ ſubtendantur, cordaque maior maiorem arcum ſubtendat; maior arcus maiorem habebit proportionem ad arcum minorem, quam corda maioris arcus ad cordam minoris, ex quo ſequitur, & horum dimidia. hoc eſt ita ſe habebunt dimidij arcus, & ſinus recti. Quare maiorem habebit proportionem B G ad B E, quam F G ad D E. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XIX.

In quadrante A B C, duo in circunferentia vtcumque ſumantur puncta E F, à quibus ad B C perpendiculares ducantur E H F K. Dico F E ad F A maiorem habere proportionem, quam K H ad K B.

Du-



Ducantur EL FM ipsi BK parallelæ, quæ quidem ipsis BH HK erunt æquales, iungaturque FE, quę perducatur, ipsique BA occurrat in N. Ducaturq; AO ipsi BA perpendicularis, quæ quidē extra circulum cadet. Quoniam igitur angulus ad A est rectus, erit linea ON maior AO, sed AO OE simul sunt maiores, quam circunferentia AE (vt patet si duceretur AE) ergo NE maior est circunferentia AE & quomodo linea EF minor est circunferentia EF, maiorem habebit proportionem NE ad EF, quam circunferentia AE ad circunferentiam EF, vt autem NE ad EF, ita ob triangulorum similitudinem NLE EMF est LE ad MF, hoc est BH ad HK. ergo circunferentia AE ad circunferentiam EF minorem habet proportionem, quam BH ad HK, & componendo AF circuntia ad circunferentiam FE minorem habebit, quam BK ad KH. conuertendo igitur FE ad FA maiorem habet proportionem, quam KH ad KB, quod demonstrare oportebat.

16. tertij. *19. primi.* *28. quinti* *26. quinti*

PROPOSITIO XX.

Rursus in circuli quarta ABC tria in circunferentia vtrumq; sumantur puncta DEF, à quibus ad BC perpendiculares ducantur DG EH FK. Dico DE ad EF minorem habere proportionem, quam GH ad HK.

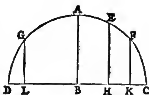
Du-

Ducantur EL FM ipſi GK æquidiſtantes, erit vtique LE ipſi GH æqualis, & MF ipſi HK. Iungaturque FF, quæ perducatur, occurratque ipſi GD in N. denique ducatur DO ipſi GD perpendicularis, quæ quidem ad partem NO extra circulum cadet; ſiquidem ſi ducta eſſet BD, cui perpendicularis eſſet linea in puncto D, extra circulum caderet, quare multo magis pars DO extra circulum cadet; & quoniam (vt in præcedenti) triangula EFM NEL ſunt ſimilia, erit NE ad EF, vt EL ad MF, quoniam autem angulus
19.primi. ad D eſt rectus, erit NO maior, quam DO, ſed vt antea quoque diximus, DO OE ſunt maiores, quam circunferentia DE, ergo & NE maior erit, quam circunferentia DE. ſed quoniam circunferentia EF maior eſt, quam recta EF, habebit NE ad rectam EF maiorem proportionem, quam circunferentia DE ad circunferentiam EF. quare minor eſt proportio circunferentiæ DE ad circunferentiam EF, quam LE ad MF, hoc eſt, quam GH ad HK. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XXI.

In ſemicirculo ſint quartæ DA AC, & ex vtraque parte æquales ſumantur circunferentiæ AG AF, & inter AF quod vis ſumatur punctum E. ducanturq; GL EH FK ad DE perpendiculares. Dico GE ad GF minorem habere proportionem, quam LH ad LK.

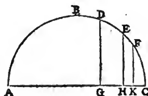
Ducatur AB ad DC perpendicularis. Quoniam enim FE ad FA maiorem habet proportionem, quam KH ad KB, habebit conuertendo AF ad FE minorem, quam BK ad KH. & antecedentium dupla, nempè GF ad FE minorem habebit proportionem, quam LK ad KH. & per conuersionem rationis GF ad GE maiorem habebit proportionem, quam LK ad LH. conuertendo igitur GE ad GF minorem habet proportionem, quam LH ad LK. quod demonstrare oportebat.



PROPOSITIO XXII.

In semicirculo ABC tria sumantur puncta DEF, quæ in quarta BC existant, & ad diametrum perpendiculares ducantur DG EH FK. Dico circunferentias AD AE AF non esse in eadem proportione, vt lineæ AG AH AK.

Si enim fuerit (si posset fieri) AD ad AE, vt AG ad AH, & AE ad AF, vt AH ad AK, erit in quatuor primis magnitudinibus conuertendo AE ad AD, vt AH ad AG, & per conuersionem rationis AE ad ED vt AH ad HG. conuertendoq; DE ad EA. vt GH ad HA. quia verò est AE ad AF vt AH ad AK erit rursus conuertendo AF ad AE, vt AK ad AH. diuidendoque AE ad EF est, vt AH ad HK, cùm itaque sit DE ad EA, vt GH ad HA, & vt AE ad EF, ita AH ad HK; ex æquali igitur DE erit ad EF, vt GH ad HK. quod fieri non potest, quodque demonstrare oportebat.



Cor. 4. quinti.

Cor. 19. quinti.

17. quinti

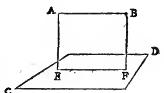
22. quinti

Ex 20. huius.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Sit recta linea AB plano CD æquidiſtans à punctis verò AB ad CD perpendiculares ducantur AE BF. Iunganturque EF. Dico ABFE parallelogrammum eſſe rectangulum.



Quoniam enim AE BF ſunt plano CD erectæ, erunt anguli EF recti, lineæque AE BF inuicem parallelæ, vnde lineæ AB EF in eodem ſunt cum parallelis plano; quare ABFE planum exiſtit. Quoniam autem AB eſt plano CD parallela, ductis quomodocunque lineis in plano CD, linea AB cum ipſis nunquam concurret; quare lineæ AB EF inuicem non concurrent. & quoniam in eodem ſunt plano, erunt AB EF parallelæ. parallelogrammum igitur eſt ABFE rectangulum, quod demonſtrare oportebat.

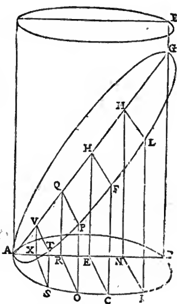
6. vndecimi.
7. vndecimi.

PROPOSITIO XXIV.

Si cylindrus rectus plano ſecetur per axem, deinde altero ſecetur plano huic erecto cum omnibus lateribus coeunte; ſectioque baſim cylindri contingat, circunferentia quartæ circuli ad cylindri latus, inter circulum, dictamq; ſectionem exiſtens, maiorem habebit proportionem, quam circunferẽtia maior quarta, minor verò ſemicirculo habet ad cylindri latus inter circunferentiam, ſectionemque interceptum; circunferẽtia verò quartę circuli ad la-

tus

tus cylindri minorem habebit proportionem, quam circunferentia quarta minor habet ad cylindri latus. Verum circunferentia quartæ circuli ad latus erit vt semicirculus ad cylindri latus inter circulum, sectionemque interceptum.



Sit cylindrus rectus AB, cuius basis, sit circulus ADC. secetur cylindrus plano per axem AB, deinde altero secetur quoq; plano AGF cum omnibus lateribus coeunti plano AB erecto, quod quidem basim contingat in A, erit vtique AGF ellipsis. sumatur in semicirculo ACD circuli quarta AC, & inter AC CD quæuis sumantur puncta OK. à punctisq; OCK latera cylindri erigantur OP CF KL. Dico AC ad CF maiorem habere proportionem, quam ACK ad KL, AC verò ad CF minorem, quam AO ad OP; sed AC ad CF ita esse, vt ACD ad DG. Iungatur AG, quæ quidem erit ellipsis diameter, eritq; AD circuli semidiameter. Deinde ducantur à punctis CF ad planum AB perpendiculares CE FH, quæ (cùm sint plana AFG ACD parallelogrammo AB erecta) in AD AG planorum sectiones communes cadent. Iungaturq; HE. erit sanè HECF parallelogrammum rectangulum. siquidem CF cylindri latus plano circuli ADC erectum existens, plano AB est æquidistans. Similiter à punctis KL ad AB perpendiculares ducantur KN LM, iunctaq; MN, erit MNKL parallelogrammum rectangulum pariq; ratione ductis OR PQ ad AB perpendicularibus, ductaq; QR, erit OPQR rectangulum. Quoniam igitur CF est æquidistans KL, (sunt quippe cylindri latera interse parallela) & sunt EH NM ipsis CF KL æquidistantes, erunt & EH NM interse parallelę. quare ob similitudinem

Ex 11. primi libri Sereni

38. vndecimi. 23. huius.

nem

nem triangulorum AEH ANM, ita est AE ad AN, ficut EH ad NM, hoc est CF ad KL; quia verò maiorem habet proportionem cir-
15.huius. cunferentia AC ad circunferentiam ACK, quam AE ad AN; circunferentia AC ad ACK maiorem habebit proportionem, quam CF ad KL, permutando igitur circunferentia AC ad CF ma-
27.quinti iorem habet proportionem, quam circunferentia ACK ad KL.

Quoniam autem planum OQ æquidistat plano CH sunt enim ambo ipsi AB erecta: erit QR ipsi HE æquidistans; quare ob similitudinẽ triangulorũ AEH ARQ, vt AE ad AR, ita est EH
16.huius ad RQ, hoc est CF ad OP, sed minorem habet proportionem CA ad AO, quam EA ad AR, ergo CA ad AO minorem
27.quinti habet, quam CF ad OP, igitur permutando AC ad CF minorem habet proportionem, quam AO ad OP.

Tandem cùm ita sit quarta circuli AC ad semicirculum ACD, vt recta AE ad AD, in subdupla enim sunt proportione, & ob triangulorum similitudinem AEH ADG, vt AE ad AD, ita sit EH ad DG, erit AC ad ACD, vt EH, hoc est CF ad DG, & per-
16.quinti mutando AC ad CF, vt ACD ad DG, quæ quidem omnia demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XXV.

Iisdem positis si inter AO vbicunque sumatur punctum S, ducaturque ST cylindri latus. Dico AS ad ST maiorem habere proportionem, quam AO ad OP.

Du-

Ducantur TV SX ad planum AB perpendiculares, quæ cadent in AG AD; iungaturque VX, eodem modo ostendetur TX esse parallelogrammum, ac propterea ST æqualem esse VX. Quare ob similitudinem triangulorum AXV ARQ, ita est AX ad AR, vt XV ad RQ, hoc est ST ad OP. Quoniam autem AS ad AO maiorem habet proportionem, quam AX ad AR, habebit AS ad AO maiorem proportionem, quam habet ST ad OP. & permutando AS ad ST maiorem habet, quam AO ad OP, quod demonstrare oportebat. *19. huius.* *27. quinti*

COROLLARIVM I.

Ex præcedentibus perspicuum est AS ad ST maiorem habere proportionem, quam AO ad OP, & AO ad OP maiorem, quam AC ad CF. AC verò ad CF maiorem, quam AK ad KL.

COROLLARIVM II.

Ex hoc quoque constat AS ad ST maiorem habere proportionem, quam AK ad KL.

PROPOSITIO XXVI.

Iisdem adhuc positis, sumpto quouis puncto K in quarta CD, cylindri verò latus sit similiter KL. Dico AK ad KL minorem habere proportionem, quam ACD ad DG.

24.huius. 24.huius. Iisdem enim constructis, quoniam ita est AC ad CF, vt ACD ad DG, habet autem AC ad CF maiorem proportionem, quam ACK ad KL, habebit ACD ad DG maiorem proportionem, quam AK ad KL. ac propterea AK ad KL minorem habet proportionem, quam ACD ad DG. quod demonstrare oportebat.

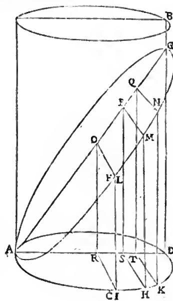
COROLLARIVM.

Ex his patet latus DG maius esse latere KL, & KL maius quam CF, & ita in alijs. Latera enim cylindri æqualia sunt ipsis MN HE &c.

PROPOSITIO XXVII.

Iisdem adhuc positis, in quarta CD tria vtcumq; sumantur puncta IHK, cylindriq; latera ducantur IL HM KN. Dico fieri non posse, vt AI ad IL sit, vt AH ad HM, & AH ad HM vt AK ad KN.

Ducantur LO MP NQ ad AG perpendiculares: similiter ducantur IR HS KT ad AD perpendiculares; iunganturq; OR PS QT. quæ quidem (vt antea ostensum est) sunt ipsi IL HM KN æquales. Si igitur fieri posset, vt AI ad IL sit, vt AH ad HM, & AK ad KN. erit permutando AI ad AH, & AH ad HK; vt IL ad HM, & HM ad KN, hoc est, vt RO ad SP, & SP ad TQ. Sed ob similitudinem triangulorum ARO ASP ATQ. ita est RO ad SP, vt AR ad AS, & SP ad TQ, vt AS ad AT, erit igitur AI ad AH, vt AR ad AS, & AH ad AK, vt AS ad AT, quod fieri non potest.



Ex 11. quinti.

22. huius

A L I T E R.

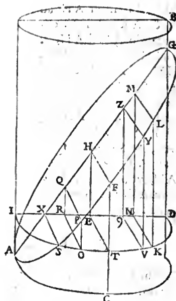
Iisdem constructis, quoniam AR AS AT (ob similitudinem triangulorum) in eadem sunt proportione, vt RO SP TQ. hoc est, vt IL HM KN, sed AR AS AT non sunt in proportione, vt AI AH AK, ergo non erit AI ad AH, vt IL ad HM, neq; AH ad AK, vt HM ad KN; quare & permutando AI ad IL non erit, vt AH ad HM, ita vt AH ad HM sit vt AK ad KN, quod demonstrare oportebat. *22. huius*

PROPOSITIO XXVIII.

Sit rursum cylindrus rectus, & ellipsis, vt antea, sitque AC circuli quarta, CF verò sit cylindri latus. Deinceps in ellipsis portione AF quod vis sumatur punctum S, à quo basi æquidistans ducatur circulus ISD, & inter

ST vtcum-

ST vtcumque ſumatur punctum O, à quo ducatur cylindri latus OP. Dico SO ad OP maiorem habere proportionem, quam ST ad TF.



Ducantur AG ID in plano AB; quæ ſe inuicem ſecent in X. ſitq; AG diameter ellipſis; ID verò circuli IOD; iungatur SX, quæ quidem circuli IOD, & ellipſis erit communis ſectio. deinde à punctis TF OP ad planum AB perpendiculares ducantur TE FH OR PQ. quæ in AG ID cadēt. Iunctisque EH RQ. ſimiliter vt antea oſtendemus TH OQ eſſe parallelogramma; & ob id EH ipſi TF æqualem eſſe, & RQ ipſi OP. Quoniã igitur circulus IOD, & ellipſis ſunt plano IB perpendiculares; erit ipſorum communis ſectio SX plano IB, ac per conſequens lineæ ID perpendicularis; ſunt itaq; TE OR SX ipſi ID perpendiculares: & quoniam circuli AC IT ſunt paralleli, cum ſit AC circuli quarta; erit & IT circuli quoq; quarta. Quapropter cum ſint puncta SO in quarta IT, habebit SO ad ST maiorem proportionem, quam XR ad XE, ſed ob ſimilitudinem triangulorum XRQ XEH, ita eſt XR ad XE, vt RQ ad EH, hoc eſt OP ad TF; ergo maiorem habebit proportionem SO ad ST, quam OP ad TF, ac denique permutando SO ad OP maiorem habebit proportionem, quam ST ad TF, quod demonſtrare oportebat.

Per 24. huius. *19. undecimi.* *19. huius.* *27. quinti*

PROPOSITIO XXIX.

Iisdem positis fiat circunferentia T K ęqualis circunferentię TS. ducaturq; cylindri latus KL. Dico ST ad TF ita esse, vt SK ad KL.

Ducantur LM KN ad planum IB perpendiculares, quæ cadent in AGID. Similiter ostendetur KM parallelogrammum existere, & ob id LK MN inter se æquales esse; sed quoniam KN TE SX sunt ID perpendiculares, & TK TS sunt æquales, erit EX æqualis EN; cùm autem ob similitudinem triangulorum XEH XNM sit XE ad XN. vt EH ad NM, erit EH dimidia ipsius NM, hoc est TF dimidia est ipsius KL. sed ST dimidia est ipsius SK, ergo ita est ST ad TF, vt SK ad KL, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XXX.

Iisdem adhuc positis inter Tk quoduis sumatur punctum V, ducaturq; cylindri latus VY. Dico SV ad VY minorem habere proportionem, quam Sk ad kL.

Eodem modo ducantur YZ V9 ad AGID perpendiculares iungaturque Z9, quæ similiter ostendetur, æqualis esse VY, & quoniam ob similitudinem triangulorum X9Z XNM ita est X9 ad XN, vt 9Z ad NM, erit X9 ad XN, vt VY ad KL. sed quoniam SV ad SK minorem habet proportionem, quam X9 ad XN; *21. huius.* habebit SV ad SK minorem, quam VY ad KL, & permutando SV *27. quinti* ad VY minorem habet proportionem, quam SK ad KL, quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet ST ad TF maiorem habere proportionem, quam SV ad VY. Est enim ST ad TF, vt Sk ad kL.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Iisdem positis, sumatur punctum S, non in ellipsis quarta AF, sed ad alteram partem, in quarta nempè AC, basiq; similiter æquidistans ducatur circulus STk. Fiatq; circunferentia TDk æqualis circunferentię TIS, ducaturq; cylindri latus kL. Dico SIT ad TF ita esse, vt STk ad kL.

Ducantur SX LM KN ad planum IB perpendiculares, quæ cadent in AG ID, 38. vndecimi. eodem modo ducta MN, ostendetur LK æqualem esse MN. Cùm itaq; sint circunferentiæ SIT KDT æquales, sintq; KN ET SX ipsi ID perpendiculares, erunt SX KN æquales, itidemque EX EN æquales, & quoniam ob similitudinem triangulorũ XEH XNM, ita est EX ad XN, vt EH ad NM; erit EH dimidia MN, hoc est TF dimidia est KL, est autem SIT dimidia ipsius STK; ergo sicut SIT ad TF, ita est STK ad KL, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XXXII.

Iisdem positis perducatur SX vsque ad punctum O, & inter OT quoduis sumatur punctum Q cylindrique latus ducatur QR. Dico SOQ ad QR maiorem habere proportionem, quam SOT ad TF.

Quoniam enim SX tùm ellipsis, SGA, tùm circuli STK est communis sectio; erit punctum O in ellipsi, & in circulo: cùm itaque punctum Q sit inter OT, sitque IT quarta circuli, habebit OQ ad QR maiorem proportionem, quam OT ad TF, ipsis itaque OQ OT communis addatur OIS, habebit SOQ ad QR maiorem proportionem, quam SOT ad TF, quod demonstrare oportebat. *28. huius.* *8. huius.*

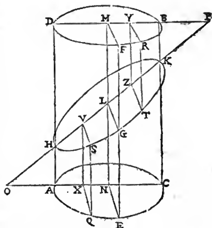
PROPOSITIO XXXIII.

Iisdem adhuc positis, producatur KN in P, & inter TP quoduis sumatur punctum V; cylindrique latus ducatur VY. Dico SOT ad TF minorem habere proportionē, quam SOV ad VY.

Quoniam igitur SO KP sunt æquidistantes, & EX EN sunt æquales, vt ostensum est, erit TO æqualis TP, & quoniam punctum V est inter TP, habebit OT ad TF maiorem proportionem, quam OV ad VY, si igitur ipsis OT OV communis addatur OIS; habebit SOT ad TF proportionem maiorem, quam SOV ad VY, quod demonstrare oportebat. *Cor. 29. huius.* *8. huius.*

PROPOSITIO XXXIV.

Sit cylindrus rectus AB, parallelogrammumque per axem sit ADBC, sitq; cylindri latus EGF, cuius medium sit G, sitque AE circuli quarta, & per G ducatur planum HGK parallelogrammo ADBC erectum, sitque sectio ellipsis, quæ cylindri latera secet in HK. Dico BK æqualem esse AH.



Fiat parallelogrammum per axem FMNE, sitq; MN axis, iungaturq; HK, quę axem secet in L, iungaturque GL. Et quoniã plana EMHGK sunt plano AB erecta, erit eorum
19. vndecimi. communis sectio LG plano AB perpendicularis, ob eandemq; causam EN FM sunt plano AB erectæ, cùm circuli sint plano AB erecti, quare GM GN sunt parallelogramma. Vnde cùm sint FG GE æquales, erunt & ML LN æquales. Producantur itaq; CA HK DB in OP, & quoniã
15. primi. anguli LMP LNO recti sunt æquales, & MLP NLO æquales,
26. primi. erit triangulum LMP triangulo LNO æquale, latusq; MP lateri NO æquale, sed MB est æqualis NA, sunt quippe semidiametri circulorum æqualium; ergo reliqua BP est æqualis AO, quare vt PM ad PB; ita est ON ad OA, ob similitudinem autem triangulorum PML PBK, vt PM ad PB, ita est LM ad BK; ob similia verò triangula LNO HAO, ita est NO ad OA, vt LN ad HA: erit igitur LM ad BK, vt LN ad HA, & permutando, vnde BK ipsi HA æqualis existit, quod demonstrare oportebat.

PRO-

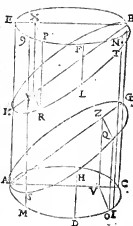
PROPOSITIO XXXV.

Iiſdem poſitis, & conſtructis, fiant AQ BR æquales, lateraque vſque ad ellipſim HGK ducantur QS RT. Dico QS RT interſe æqualia eſſe.

Ducantur QX SV, TZ RY ad planum AB perpendiculares,
quæ in diametris AC HK DB cadent, connectanturq; VX YZ; 38. vndecimi.
porrò cùm ſint latera SQ TR plano AB parallela, erunt QV TY
parallelogramma rectangula: quare VX ZY ſunt cylindri baſibus e- 29. huius. 8. vndecimi.
rectæ, veluti ſunt latera SQ TR, quibus etiam baſibus erecta eſt quo-
que NLM. Quocirca VX MN YZ interſe ſunt parallelæ. Quo- 6. vndecimi.
niam autem circunferentiæ AQ BR ſunt æquales, & QX RY ſunt
diametris perpendiculares; erit AX æqualis BY, ſunt enim ſinus
verſi æqualium circunferentiarum circulorum æqualium. Itaque cùm
ſint AO BP æquales, erit OX æqualis PY, quare NO eſt ad
OX, ſicut MP ad PY. In ſimilibus verò triangulis LMP ZYP,
& LNO VXO, ita eſt MP ad PY, vt LM ad ZY; & vt NO
ad OX, ita LN ad VX, erit igitur LM ad ZY, vt LN ad
VX, vnde permutando colligitur ZY VX, hoc eſt latera RT SQ
interſe æqualia eſſe, quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XXXVI.

Si in cylindro recto, duæ ducantur ellipſes æquidiſtantes, quarum vnaquæque baſim ex contraria parte contingat, latera, quæ inter baſes, & ellipſes exiſtunt, à contactibusque æqualiter diſtant, interſe æqualia erunt.



Sit cylindrus rectus AB, cuius bases ACD BEF, sitque parallelogrammum per axem AB, duo ducantur plana parallela, quæ in cylindro sint ellipses AGH BKL, quæ bases contingant in punctis AB, deinde fiant circunferentiæ AM BN æquales,& AD BF, & AO BP, itidem æquales; cylindrique latera ducantur OQ PR, DH FL, MS NT. Dico primum latus OQ lateri PR æquale esse, & DH ipsi FL, & MS ipsi NT. Ducantur AC BE circulorum, planique AB communes

16. vndecimi. sectiones, quæ quidem erunt æquales interse, itidemq; ducantur AG BK, ellipsium, planique AB sectiones communes; quæ similiter erunt interse æquales. Deinceps à punctis OQPR ad planum AB perpendiculares ducantur OV QZ PX RY. Similiter vt antea ostendetur

Ex 23.& 24 huius. VZQO parallelogrammum esse, ac propterea ZV æqualem esse QO. ob eandemque rationem XY æqualis est PR. Verum quia KB BE sunt ipsis GA AC parallelæ, erit angulus KBE angulo GAC æqualis, sed & BEK rectus recto GCA est æqualis, latera verò AC

26 primi. BE sunt æqualia; ergo triangulum KBE triangulo ACG est æquale,& ob id EK est ipsi CG æqualis. At verò quoniam circulorum æ-

10. huius qualium portiones AO BP sunt æquales, erunt OV PX æquales, atque AV BX similiter æquales, quia verò KE latus cylindri est plano

6. vndecimi. basis EBF erectum, sicut est YX, erit XY parallela EK. quare vt

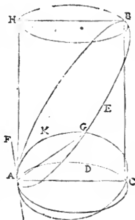
Ex 4. sexti. BE ad BX, ita est EK ad XY. pariq; ratione ostendetur, ita esse AC ad AV, vt CG ad VZ, sed vt BE ad BX, ita AC ad AV, erit igitur CG ad VZ, vt EK ad XY, qui cùm sint EK CG æquales, erunt & XY ZV, hoc est PR OQ æquales, eodemq; modo demonstrabitur DH FL, atque MS NT interse æquales existere.

Parique ratione si ducantur latera, vt IT S9, fueritque AI æqualis B9, similiter dico latera IT 9S interse æqualia esse, quod etiam ex dictis patet, productis scilicet IT 9S, vsq; ad N M. Etenim quoniam AI est æqualis B9, erit reliqua IC vsque ad semicircunferentiam pertingens, reliquę 9E ęqualis, atqui est IC æqualis NB, & E9 ipsi AM, siquidem sunt circunferentiæ inter cylindri recti latera existentes; ergo AM BN interse sunt æquales. Quocirca ex proximè demonstratis latera NT MS æqualia interse quoque erunt, qui cùm sit totum latus NI æquale lateri 9M, reliquum latus IT reliquo lateri 9S existet æquale, quod demonstrare oportebat.

PRO-

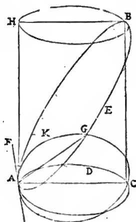
PROPOSITIO XXXVII.

Si cylindrus rectus plano per axem secetur, cui ad rectos angulos rursus secetur cylindrus ellipsi, quæ basim contingat, per contactum autem, basisque diametrum cylindrus adhuc altera secetur ellipsi: ellipses se inuicem secabunt.



Rectus sit cylindrus AB, cuius basis ACD, ac diameter AC, cylindrusque per axem parallelogrãmo secetur ACBH, deinde secetur ellipsi ABE, quæ sit parallelogrammo AB erecta, çirculumque ACD contingat in A. Intelligatur deinde cylindrus ex parte AC perductus, qui rursus altera secetur ACG ellipsi; cuius planum transeat per lineam AC. Dico ellipses ABE ACG se inuicem secare. Ducatur per A linea AF, quæ sit parallelogrammo AB erecta, erit vtrique AF in vtroq; plano, ellipsis nempè ABE, & circuli ACD, cùm sint vtraque plana ABE ACD plano AB erecta. Quapropter AF ellipsim ABE, circulumq; ACD continget, quæ quidem ex ijs, quę Serenus in vndecima primi libri proportione demonstrauit, manifęsta sunt. Deinceps quoniam plana ABG AGC conueniunt in A, ergo ducatur per A linea AG, quæ sit communis sectio planorum ACG & ABE nimirum linea AG, vel ellipsim ABE continget, vel secabit; siquidem inter contingentem lineam, & sectionem altera linea non cadit. Non contingit enim, quia ex A linea, quæ contingit ellipsim, ęst AF. lineęque AF AG necessariò se inuicem secant, quoniam in duobus sunt planis se inuicem secantibus, cùm sit AF in plano basis ACD; AG verò in plano ACG; cùm præterea neque AF AG in directum esse vllo modo possint, tanquam linea vna; quoniam linea AF, ipsorum planorum non est communis sectio. Cùm itaque AG non contingat ellipsim ABG; ipsam igitur secabit: quare secet in G. erit sanè recta AG intra cylindri superficiem; *Ex 36. primi libri Apollonij*

pun-

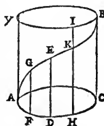


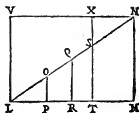
punctumque G in cylindri superficie existet, quod cũ sit AG in plano AGC, sitque punctum G in superficie cylindri, necesse est punctum G esse in ellipsis periphæria AGC, siquidem ellipsis AKGC in superficie cylindri existit, ex quibus patet, ellipsim AGC ipsam ABG in G secare, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XXXVIII.

Si in cochlea inter basim, & helicem vbicunque ducantur cylindri latera, basis circunferentiæ ad sua latera in eadem erunt proportione, helicis verò, ac circunferentiæ portiones inter initium, lateraque existentes in eadem quoque erunt proportione.

Sit cochlea AB, sitque basis ACD, helix verò sit AEB. Deinde inter basim & helicem vtcumq; cylindri latera ducantur FG DE HK. Dico AF ad FG ita esse, vt AD ad DE, & AH ad HK, atq; AC ad CB. Deinde vt AG ad AE, ita AF ad AD, & vt AE ad AK, ita





ita AD ad AH, & vt AK ad AB, ita AH ad AC. Exponatur triangulum LMN rectum habens angulum ad M, sitq; LM ipsi ADC æqualis; MN verò sit æqualis CB, si itaque ponatur L in A, M in C, & N in B, linea LN cum helice AEB congruet, & LM cum ADC, punctum autem G conueniat in triangulo in O, F in P, E in Q, D in R, K in S, & H in T, quare iunctis OP QR ST, congruet sanè OP cum GF, QR cum ED, & ST cum KH, & quoniam cylindri latera GF ED KH sunt ipsi BC parallela, erunt & OP QR ST ipsi MN parallelæ, quare ob similitudinem triangulorum, vt LP ad PO, ita LR ad RQ, & LT ad TS, & LM ad MN. Quapropter vt AF ad FG, ita est AD ad DE, & DH ad HK & AC ad CB, & quoniã in similibus triangulis OPL QRL linea LO ad LQ est, vt LP ad LR, erit AG ad AE, vt AF ad AD, parique ratione quoniam est LQ ad LS, vt LR ad LT, erit quoque AE ad AK, vt AD ad AH, quia verò est LS ad LN, vt LT ad LM; erit AK ad AB, vt AH ad AC, quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc perspicuum est GE ad EK esse vt FD ad DH, ED verò ad GF ita esse, vt EA ad AG, & DA ad AF.

Vt constat in triangulo in quo ita est OQ ad QS, vt PR ad RT, deinde QR ad PO est, vt QL ad LO, & RL ad LP.

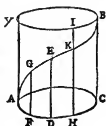
COROLLARIVM II.

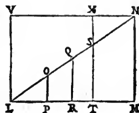
Patet etiam ex his quò cylindri latus inter basim & helicem existens ab helicis principio magis distat, altero helicis initio propinquiori maius esse; maius enim est DE quam FG, & HK quam DE. Hoc enim ex helicis constructione per se notum est.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX.

Iisdem positis, ponatur AE helicis quarta, duoque ab E hinc inde sumantur puncta GK, quæ ab E æqualiter distent; ac per punctum B sit altera cylindri basis, duoq; ex aduerso latera cylindri ducantur GF KI. Dico GF æqualem esse KI, & AF ipsi BI.

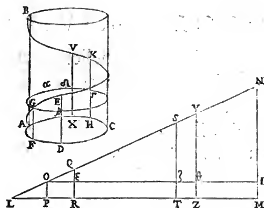




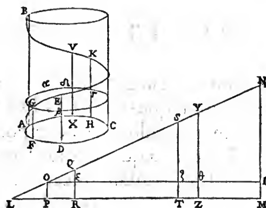
Compleatur rectangulũ LMNV, intelligaturq; vt antea triangulũ LMN in cylindro cõgruere cum ACB, & puncta punctis, vt scilicet OG QE SK, & c. sibi inuicem congruant. Ducaturque SX ad NV perpendicularis, & quoniam VN ML sunt ęquales, erit VN circunferentiæ BIY æqualis; quare posito L in A, M in C, N in B, erit V in Y, lineaque LN cum helice AEB, & punctum O cum G, & S cum K (vt dictum est) congruet, vndę OP SX cylindri latera ostendent, & ideo OP cum GF, & SX cum KI congruet, ac propterea OP GF, & SX KI inter se sunt æquales. Quoniam autem QL est æqualis QN, & QO ipsi QS, (positæ enim sunt EG EK æquales) erit reliqua OL æqualis reliquæ SN sed anguli ad PX sunt æquales, 29 primi. nempè recti, & anguli OLP SNX sunt etiam æquales, ergo erit SX æqualis OP, & NX ipsi LP. Quare KI est æqualis GF, circunferentiaque BI ipsi AF æqualis existit, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XXXX.

Iisdem positis, sint in cylindro inter basim, & helicem quotcunque latera FG DE HK XV, quibus in triangulo LMN respondeāt PO RQ TS ZY, à quocunq; autem puncto, vt G basi æquidistans ducatur circulus Gα qui dicta latera secet in βγδ. Dico in eadem esse proportione Gβ ad βE, vt Gβγ ad γK, & Gγδ ad δV.



Describatur triangulum LMN, lateraq; FG DE HK XV in triangulo ipsis PO RQ TS ZY respondeant ducaturq; ab O ipsi LM æquidistans OI, quæ parallelas secet in εζθ. Itaque posito L in A, M in C, & N in B, punctum O erit in G, quare linea OI cum Gγα congruet, punctum verò ε cum β, & ζ cum γ, atque θ cum δ. At verò quoniam in triangulo ONI alia omnia triangula sunt interse similia, erit Oε ad εQ, vt Oζ ad ζS, & Oθ ad θY. sed hæc omnia sunt æqualia ijs, quæ sunt in cylindro, ergo ita



eſt $G\beta$ ad βE, vt $G\gamma$ ad γK, & $G\delta$ ad δV; hæc enim ſunt prorſus eadem, ac ſi G eſſet helicis initium, & $G\alpha$ cylindri baſis, quod demonſtrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc perſpicuum eſt, helicis, circuliq; ſectiones inter latera exiſtentes in eadem eſſe proportione.

Cum enim ſit OQ ad OS, vt $O\epsilon$ ad $O\zeta$, erit GE ad GK vt $G\beta$ ad $G\gamma$, & ita in alijs.

COROLLARIVM II.

Ex his conſtat helicem nullo modo ſibi ipſi occurrere poſſe.

Ducta enim baſi per datum punctum, helix ab ipſa ſecundum proportionem magis diſtat.

CO-

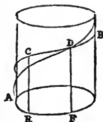
COROLLARIVM III.

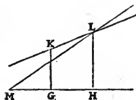
Facilè quoq; ex his conſtat helicem in vno tantùm puncto circulum diſpeſcere.

PROPOSITIO XXXXI.

PROBLEMA.

Per duo data puncta in cylindro, helicem deſcribere. Oportet autem data puncta non eſſe in eodem cylindri latere, neq; in circulo.





In cylindro A B duo ſint data puncta C D, oportet per C D helicem deſcribere. Ducãtur per C D vſque ad baſim cylindri latera C E D F. Exponaturq; recta linea G H, quę fiat ęqualis E F, quod vtiq; fiet, poſita linea G H in E F, deinde ipſi G H perpendiculares ducantur G K H L, ſitque G K ipſi E C, & H L æqualis F D, ducaturque linea K L. Itaque ponantur G K H L in E C F D; quæ quidem congruent, & ſecundum lineam K L linea in cylindro deſcribatur C D B, erit vtiq; C B helix, quam deſcribere oportebat.

Quòd ſi ducenda ſit helix per puncta A D, fiat H M æqualis F A, ductaq; M L, ponatur M H L in A F D, ac ſecundum lineam M L deſcribatur linea A D, erit A D helix per puncta A D deſcripta, quod facere oportebat.

F 2 CO-

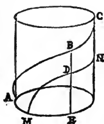
COROLLARIVM.

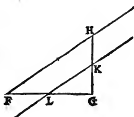
Hinc patet quomodo cylindri latus in superficie deſcribi poſsit, per datum in ſuperficie punctum. Datum enim ſit punctum D vel F iiſdem conſtructis, poſitoque MLH in ADF, patet LH cylindri latus DF oſtendere. Quare in ſuperficie cylindri ducatur linea DF, erit hæc latus cylindri.

PROPOSITIO XXXXII.

PROBLEMA.

Per datum punctum helicem alteri datæ helici æquidiſtantem deſcribere.





Data ſit helix ABC, datumq; punctum D, oportet per D helicem deſcribere ipſi ABC parallelã. Ducatur per D cylindri latus BDE, conſtituaturq; triangulum FGH, quod reſpõdeat ipſi AEB. Fiatq; GK æqualis ED, & per K ducatur LK ipſi FH æquidiſtans, ponaturque F in A, G in E, & H in B, linea ſanè FH cum AB congruet; & punctum K cum D. Deſcribatur itaq; ſecundum lineam LK helix MDN, patet helicem MDN ipſi ABC parallelam exiſtere, quod facere oportebat.

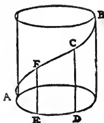
PRO-

PROPOSITIO XXXXIII.

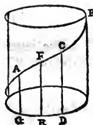
PROBLEMA.

Datam helicis portionẽ bifariam diuidere.

Helicis AB data ſit portio AC, oportet bifariam diuidere AC. Ducatur cylindri latus CD; diuidaturque AD bifariam in E, cylindrique latus ducatur EF. Quoniam igitur ita eſt AF ad AC, vt AE ad AD, & eſt AE dimidia ipſius AD, ergo & AF dimidia eſt ipſius AC, diuiſa eſt igitur AC bifariam in F. 30. tertij. 38. huius.



Cæterum ſi vt in 2. figura punctum A non fuerit in baſi, ducatur adhuc cylindri latus AG, diuidaturque GD bifariam in E, ductoq; cylindri latere EF, perſpicuum eſt punctum F bifariam diſpeſcere AC, cum ſit AF ad FC, vt GE ad ED, quod facere oportebat. 1. Cor. 38. huius.

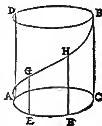


PROPOSITIO XXXXIV.

PROBLEMA.

Dimidiam helicem in tres æquales partes diuidere.

Sit

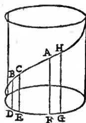


Sit dimidia helix AB, quam in tria æqualia secare oportet, sit parallelogrammum AB per axem, semicircunferentiaque AEC in tres æquales partes diuidatur AE EF FC, quod sanè fiet descripto in circulo exagono, sumpto initio in puncto A, quod quidem exagonum circunferentiam AEC dimidij circuli in tria diuidet ęqualia. Itaque cylindri latera ducantur EG FH, erit quippe helix AB diuisa in tres æquales parte, AG GH HB, cum sint AG GH HB, vt AE EF FC, quod facere oportebat.

PROPOSITIO XXXXV.

PROBLEMA.

Ad datum in helice punctum, datæ helicis portioni æqualem helicem constituere.



In helice datum sit punctum A, data verò helicis portio BC, oportet per A helicem constituere ipsi BC æqualem. Ducantur cylindri latera BD CE AF. Deinde fiat circunferentia FG æqualis ipsi DE, cylindriq; latus ducatur GH. Quoniam igitur ita est BC ad CA, vt DE ad EF, & vt CA ad AH, ita EF ad FG, erit ex æquali BC ad AH, vt DE ad FG, quòd cum sint DE FG æquales, erit AH æqualis BC, quod facerę oportebat.

Finis Libri Primi.

GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS DE COCHLEA.

Liber Secundus.

PROPOSITIO I.

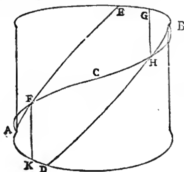
Si in data cochlea ellipsis per helicis initium transiens helici occurrerit, ellipsis quoque per punctum medietatis helicis transiens alteri ellipsi ęquidistans, helici similiter permutatim occurret.



It AB cochlea, helix verò sit ACB, sitque ellipsis per initium A transiens AFE, quæ helici occurrat in F. Ducatur per B ellipsis BD ipsi AFE æquidistans. Deinde sit helicis portio BH æqualis helici AF. Dico ellipsim BD helici similiter occurrere in puncto H. Ducatur ad oppositas partes cylindri latera FK HG, quæ non solùm interse erunt æqualia; verum etiam AK ipsi BG erit æqualis. Quoniam igitur latus FK est æquale HG, & à suis principijs AB ęqualiter distant; erit punctum H in ellipsi per B transeunte ellipsique AE æquidistante. Quapropter punctum H cùm in ellipsi, cùm in helice reperitur, patet igitur ellipsim BD helici ACB occurrere in puncto H, quod demonstrare oportebat.

39. primi huius.

Ex 36. primi huius.



CO-

COROLLARIVM I.

Constat ex hoc, si ellipsis AE helicem contigerit, & ellipsim BD helicem similiter permutatim contingere. Quod si AE in pluribus punctis helicem secuerit, & BD helicem similiter in pluribus punctis secare; si verò AE helici non occurrerit, neque BD helici occurrere. Quę quidem omnia facili negotio similiter ostendentur.

COROLLARIVM II.

Perspicuum est etiam ex his helicis portionem AF ipsi BH æqualem esse.

Si enim intelligantur triangula rectangula AKF BGH, cùm sint AK BG æquales, veluti KF GH æquales, erit helicis portio AF portioni BH æqualis.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Data cochlea inter basim & helicem ellipsim describere, cuius planum transeat per basis diametrum, & helicis initium ellipsis verò helici amplius non occurrat.

In

In data cochlea AB sit helix, AC basis verò ADE diameter sit AD, oportet ex A cylindrum ellipsi ita secare, vt eius planum transeat per AD; ellipsis verò inter basim ACD, & helicem AC existat, helicique non occurrat nisi in A. Fiat AE circuli quarta. Ducaturque cylindri latus EC, quod helici occurrat in C; quod quidem bifariam diuidatur in F. Deinde cylindrus secetur, sectioque transeat per lineam AD, & punctum F, quæ sit ellipsis AFD. Dico ellipsim AFD cum AC non conuenire, nisi in A. Secetur circunferentia EA bifariam in G. Deinde GA bifariam in L. Ducaturq; cylindri latera GHK LMN; quę quidem plano basis sunt erecta; deinde ad AD perpendiculares ducantur EO GP LQ. Iunganturq; OF PH QM. Quoniam enim cylindri latus FE est basi AED erectum, erit angulus FEO rectus, & quoniam EO est ipsi AD perpendicularis, linea FO erit eidem AD perpendicularis, & est OF in plano ellipsis AFD; & OE in plano circuli AED; erit igitur EOF angulus inclinationis dictorum planorum, similiter ostendetur GPH LQM eorundem planorum inclinationis angulos existere, angulos verò HGP MLQ rectos esse. Quare anguli ad O P Q inter se sunt ęquales; veluti quoque anguli ad EGL sunt inter se æquales, vnde colligitur, triangula OFE PHG QML inter se similia ęsse. Quapropter vt OE ad PG, ita est EF ad GH. At verò quoniam AE est quarta circuli, erit punctum O centrum circuli ADE, vnde erit PG minor OE, & ob id etiam GH minor est, quam EF, siquidem est EO ad GP, vt EF ad GH.

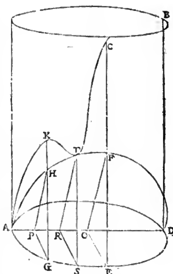
43. sexti libri Pappi.

6. def. vndecimi.

Ex 15. tertij.

Cùm autem propter helicē ita sit EA ad AG, vt EC ad GK; est autem ea dupla ipsius AG, erit igitur EC dupla GK, quare HK EF inter se sunt æquales, ac propterea cùm sit GH minor, quam EF, erit GH minor, quam GK. hacq; ratione ostendetur LM minorem esse, quam LN, atque ita circunferētiam diuidendo LA bifariam, & sic deinceps primum ostendetur, ellipsim AFD in his punctis cum helice AC nunquam conuenire posse.

1. Cor. 38. primi huius.



Cæterum cum hucuſq; oſtenſum ſit, ellipſis puncta FHM, &c. his reſpondentia cum helice non conuenire. Dico inſuper ellipſim neq; occurrere poſſe helici inter pūcta MH. ſeu inter HF, ſeu inter alia. Quòd ſi vt in 2. figura ellipſis (ſi fieri poſſet) conueniret cum helice vbicunque in T inter puncta HF, ducatur TS latus cylindri, ducaturq; SR ad AD perpendicularis, iungaturque RT, ſimiliter oſtendetur cum punctum T ſit in ellipſi, triangulum RTS ipſis OFE PHG ſimile eſſe; vnde erit OE ad RS, vt EF ad ST; & RS ad PG, vt ST ad GH. Atquoniam RS ad PG minorem habet proportionē, quam SA ad AG; habebit quoque ST ad GH minorem proportionem, quam SA ad AG; ſed cùm punctum T ſit in helice; erit SA ad AG, vt ST ad GK, maiorem igitur habebit proportionem ST ad GK, quam ad GH, quod fieri non poteſt: oſtenſum eſt enim GH minorem eſſe GK; ellipſis ergo helici non occurret inter puncta HF, parique ratione, neque in alijs punctis ellipſim helici occurrere oſtendetur. Ducta eſt igitur ellipſis, vt dictum eſt, quod facere oportebat.

18. primi huius.

1. Cor. 38. primi huius.

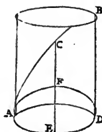
PROPOSITIO III.

PROBLEMA.

Data dimidia ellipſi AFD; ex A helicem deſcribere, quæ ellipſi ampliùs non occurrat.

Fiat

Fiat AE quarta circuli, cylindrique latus ducatur EFC. Fiatque FC æqualis FE, helix verò describatur, quæ transeat per AC, eodem modo, vt in præcedenti ostendetur ellipsim AFD cum helice non conuenire nisi in A, quod facere oportebat.

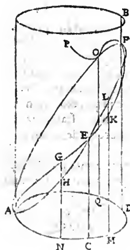


41. primi huius.

PROPOSITIO IV.

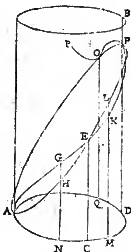
Si in cochlea ellipsis per initium, ac medietatem helicis transierit, conueniet ellipsis cum quarta helicis; portio autem helicis, quæ inter principium, & dictam quartam existit, magis à basi distabit, quam ellipsis, reliqua verò propinquior erit basi, quam ellipsis, neque ellipsis helici amplius occurret.

Sit cochlea AB, cuius basis ACD, helix verò sit AEF; cuius initium sit A, medium F, quarta verò AE, sit in cylindro ellipsis, quæ transeat per puncta AF. Dico ellipsim cum helice in puncto E conuenire, helicis vero portionem ab A vsque ad E existentem, hoc est AGE à basi magis distare, quã ellipsis AHE; sed partem helicis à puncto E vsque ad F, hoc est quartam EKF basi propinquiorem esse, quam ellipsis ELF, secetur cylindrus per axem parallelogrammo AB. Ducaturque cylindri latus EC, erit vtique AC circuli quarta, siquidem propter helicem ita est AGE ad AGEF, vt AC ad ACD, sumantur inter AC CD vbicunque puncta M N; à qui-



38. primi huius.

bus cylindri latera ducantur NHG MKL, sitque punctum G in helice; H verò in ellipsi; K in helice, & L in ellipsi. Quoniam igitur propter helicem ita est AC ad CE, vt ACD ad DF, propter ellipsim verò eadem est proportio AC ad latus inter basim, & ellipsim interceptum, vt ACD ad DF; proportio verò, quam habet ACD ad DF, eadem est, quam habet AC ad CE; ergo, & propter ellipsim ita est AC ad CE, vt ACD ad DF. quare punctum E in ellipsi existit, sed est quoque in helice; ergo punctum E, & in ellipsi, & in helice reperitur. Quoniam autem propter ellipsim minorem habet proportionem AC ad CE, quam AN ad NH, propter helicem verò ita est AC ad CE, vt AN ad NG; maiorem habebit proportionem AN ad NH, quam ad NG. Quare maior est NG, quam NH, vnde patet, NG superare ipsam NH, est autem punctum G in helice, & H in ellipsi, helicis ergo punctum G magis distat à basi, quam ellipsis punctum H, atque hac ratione omnia alia helicis puncta inter AE existentia magis à basi distare, quam ellipsis puncta, demonstrabitur. Deinde quoniam propter ellipsim maiorem habet proportionem AC ad CE, quam ACM ad ML, & propter helicem ita est AC ad CE, vt ACM ad MK; minorem habebit proportionem ACM ad ML, quam ad MK; quare maior est ML, quam MK, & punctum L est in ellipsi, K verò in helice; ergo helicis punctum K basi propinquius existit, quam L punctum ellipsis, & hac ratione omnia helicis puncta, quæ inter EF reperiuntur basi propinquiora esse ostendetur; quam puncta ellipsis. Constat igitur ellipsim cum helice conuenire in puncto E, helicis verò portionem inter AE existentem, magis à basi distare, quam ellipsis, eam verò quæ est inter EF basi propinquiorem esse, quam portio ellipsis.



Margin notes: 38. primi huius. — 24. primi huius. — 24. primi huius. — 38. primi huius. — 8. quinti. — 24. primi huius. — 38 primi huius. — 8. quinti.

Præterea nec potest ellipsis helici amplius occurrere, primum enim ex demonstratis perspicuum est helicem AGE, ipsamque EKF ellipsi occurrere non posse inter puncta A E, & EF, perducatur igitur helix in OP, & si fieri potest, ellipsis ei occurrat in O, cylindrique latus ducatur OQ. Quoniam enim circunferentia ACDQ maior est, quam ACD, propter ellipsim verò maius est latus DF, quam QO, habebit ADQ ad QO maiorem proportionem, quam ACD ad

Margin notes: Cor. 26. primi huius. — 7. primi huius.

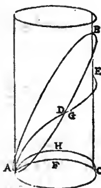
ad DF, propter helicem verò ita eſt ADQ ad QO, vt ACD ad DF, quod fieri non poteſt. 38. primi huius.

Verum hoc modo, quoniam propter ellipſim, vt dictum eſt maior eſt DF, quam OQ; propter helicem verò maior eſſe debet OQ, quam DG, non ergo occurret amplius helix ellipſi, niſi in punctis AFG, quæ quidem omnia demonſtrare oportebat. 2. Cor. 38. primi huius.

Hoc autem loco, quemadmodum in ſequentibus quoque, portionem helicis eſſe baſi, propinquiorem, quam ellipſis portio, & è conuerſo, intelligimus ſecundum ea puncta, quæ in eodem cylindri latere reperiuntur; vt in demonſtratione oſtenſum fuit.

PROPOSITIO V.

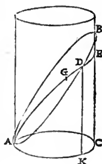
Si in data cochlea ellipſis per initium helicis tranſeat; helicis verò medietas inter baſim, & ellipſim exiſtat; ellipſis dimidiam helicem in puncto inter principium, & helicis quartam exiſtente ſecabit, neque dimidia ellipſis dimidiæ helici amplius occurret.



In data cochlea AB ſit baſis AC, helix verò ſit ADE, cuius quarta AG, ſit ellipſis ABD, quæ baſim ACF contingat, ſitq; punctum E medietas helicis inter BC. Dico primum ellipſim ABD helicem AGE ſecare. Ducatur ellipſis AHC inter baſim AFC, & helicem AGE, quæ helici non occurrat; vt antea docuimus, & quoniam ellipſis ABD ellipſim AHC ſecat, ellipſisque AHC helici AGE non occurrit niſi in A, multò magis ellipſis ABD helicem AGE ſecabit. Quare ſecet in D, quod quidem punctum, dico in helicis quarta AG exiſtere; & eſſe non poſſe, neq; in ipſo G, neque in quarta GE. Nam ſi ellipſis helicem ſecare poſſet in puncto G; tunc ellipſis helici quoque occurreret in puncto E, quod fieri non poteſt, ſupponitur enim punctum E eſſe inter BC. In 2. huius. 40. primi huius. Ex praecedenti.

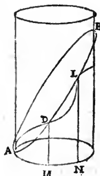
Præterea ſi ellipſis helicem ſecare poſſetin ſecunda quarta GE, vt in D, vt in 2. figura, ducto cylindri latere DK; erit AK circuli quarta maior, cùm ſit AGD maior quarta GA. Sed quoniam propter ellipſim minorem habet proportionem AK ad KD, quam AKC ad CB, propter helicem verò ita eſt AK ad KD, vt AC ad CE, minorem habebit proportionem AC ad CE, quam ad CB, quod fieri non poteſt, cùm ſit minor CE, quam CB, punctum ergo D in AG helicis quarta neceſſe eſt eſſe.

Ex 38. primi huius.
26. primi huius.
38. primi huius.



Denique dico dimidiam ellipſim ADB in vno tantùm puncto dimidiam helicem AGE ſecare; neque ipſi ampliùs occurrere, etenim (vt in 3. figura.) ſi fieri poteſt, ſecet ellipſis quidem helicem in D in prima helicis quarta, vt opus eſt: deinde in alio quoque puncto, vt in L helici occurrat, ducantur cylindri latera DM LN, habebit propter ellipſim proportionem maiorem AM ad MD, quam AN ad NL, propter helicem verò ita erit AM ad MD, vt AN ad NL, quod fieri nullo modo poteſt, quod demonſtrare oportebat.

Cor. 24. primi huius.
38. primi huius.



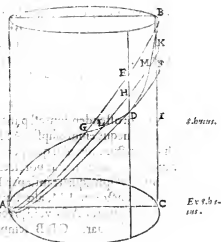
COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt in hoc caſu ellipſim helicem contingere non poſſe. Neceſſe eſt enim, vt ſecet, vt demonſtratum eſt.

PRO-

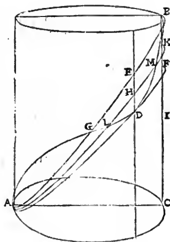
PROPOSITIO VI.

Si in data cochlea ellipſis per helîcis initium tranſiens helicem ſecet, fueritque punctum medietatis ellipſis inter baſim, & helicis medietatem, ellipſis ambitus tantùm punctis helicem ſecabit, quæ in ſecunda helicis quarta exiſtent, neque helici amplius occurret.



In cochlea AB ſit dimidia helix ADB, ſitq; AG helicis quarta. Primum quidem oſtendendum eſt, ellipſim helicem ſecare poſſe, vt propoſitum eſt. Ducatur planum per AB puncta, quod quidem in ſectione faciat ellipſim parallelogrammo AB erectam, nimirum ellipſis tranſibit per punctum G, ſumatur in hac ellipſi vtcumque inter BG punctum E, & per E ducatur cylindri latus ED, quod quidem helicem ſecet inter GB, vt in D, porrò punctum D propinquius eſt baſi, quam E. Deinceps alterum ducatur planum per AD parallelogrammo itidem AB erectum, ſitque ſectio ellipſis ADF, & inter ED quod vis ſumatur punctum H, & per AH planum ſimiliter ducatur parallelogrammo AB erectum, quod in ſectione ſit ellipſis AHK, cuius medietas K, erit inter BC. Dico ellipſim AHK helicem ſecare in duobus punctis in quarta GDB exiſtentibus. Nam quoniam plana AGEB AHK ſibi ipſis occurrunt in A, quorum communis ſectio per A tranſiens eſt parallelogrãmo AB erecta, ellipſis AHK ellipſi AGB non occurret, niſi in A, plana enim ſibi ipſis non occurrunt, niſi in recta linea ipſorum communi ſectione, eademque ratione oſtendetur ellipſim AHK ellipſi ADF non occurrere niſi in A. Cùm igitur AHK, neque portioni GEB, neque portioni DF occurrere poſſit,

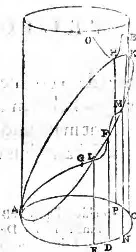
8. huius. *Ex 8. huius.* *19. vndecimi.*



possit, necessariò ellipsis AHK helicis portionem GDB secabit; nam primum ellipsis portio AH helicem secabit inter GD, vt in L, siquidem AH duo spacia necessario secat, nempe GLDHEG, & ADLGA, quorum communis est helicis portio GLD. At verò quoniam punctum B est helicis medietas, & in linea BC reperitur, erit helicis portio DMB inter latera ED BC. Quare cùm sit K medietas ellipsis inter BF, estq; K in linea BC; ellipsis portio HK helicem necessariò secabit inter BD; vt in M, quandoquidem HK duo diuidit spacia EDMBE, ac BMDFB; quorum communis est helix DMB. Vnde primum constat ellipsim AHK helicem in duobus punctis LM secare, quæ in quarta GDB reperiuntur.

Verum ostendendum est puncta LM semper in helicis quarta GDB reperiri; neque enim ellipsis AHK transire potest per punctum G, & 4.huius. aliud punctum, etenim quæ per G transit ellipsis, pertingit in B, ob eandemq; causam neque potest ellipsis AHK transire per punctum B, quoniam ellipsis, quæ transit per B, per punctum quoque G pertransit. Neque punctorum LM, alterum quidem, vel ambo esse possunt in prima helicis quarta AG, vt in præcedenti ostensum est, sequitur ergo puncta LM in quarta GDB semper existere.

Denique



Deniq; ostendendum est ellipsim nō posse ampliùs helici occurrere; nam si fieri potest, occurrat primum in tribus punctis BFM, (vt in 2. figura) quæ sint priùs in quarta GB. Ducantur cylindri latera LE FD MN, erit vtiq; AE circuli quarta maior, cùm sit AGL maior helicis quarta AG, & quoniam propter helicem ita est AE ad EL, sicut AD ad DF, & adhuc vt AN ad NM, punctaque LFM sunt quoque in ellipsi; ergo & propter ellipsim eadem erit proportio AE ad EL, vt AD ad DF, & vt AN ad NM, quod fieri non potest. Quapropter ellipsis in duobus tantùm punctis LM helicem secat, quæ quidem puncta in secunda helicis quarta GB existunt; neque etiam helici ampliùs occurret; quia primum liquet non posse ellipsim helici occurrere in B, siquidem supponitur punctum K esse inter BC; neq; si perducatur helix ex B ellipsi occurret. Nam si fieri potest perducatur helix in HO, quæ occurrat ellipsi in H, ducatur cylindri latus HP. Quoniam enim ACP maior est ADC, cylindrique latus PH propter ellipsim minus est CK, maiorem habebit proportionē ACP ad PH, quam ADC ad CK, sed quia propter helicē ita est ACP ad PH, vt ADC ad CB; ergo maiorem habebit proportionem ADC ad CB, quam ad CK, quod fieri non potest, supponitur enim punctum K esse inter BC, vnde CK minor est CB, quæ quidem omnia demonstrare oportebat.

Ex 38. primi huius.

27. primi huius.

Cor. 26. primi huius.

7. primi huius.

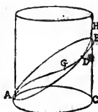
38. primi huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet (vt in 1. figura,) si in helice inter LM quod vis sumatur punctum D; latusq; cylindri ducatur DH, helicis punctum D propinquius esse basi, quam ellipsis punctum H.

PROPOSITIO VII.

Si in data cochlea ellipsis per helicis initium transiens helicem contingat, contactus punctum erit in secunda helicis quarta, neque ellipsis helici amplius occurret.



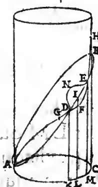
Sit in cochlea ellipsis ABD, quæ helicem AGH contingat in D. Dico primum punctum D esse in helicis quarta GH, neque enim potest ellipsis helicem contingere in G puncto quartæ, nam & puncto H occurreret, vnde in G helicem secaret, similique ratione, neque contactus punctum esse potest inter AG, quia ellipsis helicem secaret, necesse est igitur punctum D esse inter GH, itaque ostendendum relinquitur ellipsim in alio puncto helici minimè occurrere posse, neq; primum potest ellipsis helici occurrere, puta in D, & in G, neque in D & H, neque in D, & in alio puncto inter AG existente, vt in erionbus ostensum fuit. Quare si fieri potest occurrat sup primum in punctis DE, vt in 2. figura, quæ sint in quarta GH, vnde necesse est, vt helix existat, vel vt DFE, ita vt sit helix basi propinquior, quam ellipsis, vel sit ellipsis basi propinquior, quam helix, vt DNE, siue etiam helix & ellipsis congruant in DIE. Quòd si hoc postremum fieri posset, tria ducantur cylindri latera DK IL EM, similiter vt in præcedenti propter helicem esset AK ad KD, vt AL ad LI, & AM ad ME, quod sanè propter ellipsim fieri nullo modo potest. Cæterum si esse posset, vt ellipsis ADB helicem contingeret puta in D, ipsique rursus occurreret in E, essetque helix DFE basi propinquior, quam ellipsis portio DE; erit perfectò DEFD spacium; quapropter vt in præcedenti ostenderetur

4. huius.

Cor. 5. huius.

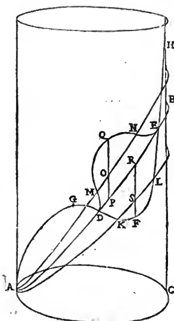
38. primi huius.

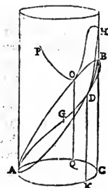
27. primi huius.



duci

duci posse ellipsim AKL, vt in 3. figura, quæ helicem secet in punctis KL maneatque KFL basi propinquior quam ellipsis portio KL, quod vtique fiet, si ducatur ellipsis AKL per pũctum S, quod quidem sit in cylindri latere RF, sitque punctum S inter FR. Quare quoniam ellipsis portio KL ellipsis portioni DE occurrere nõpotest, (quod eodem modo ostendetur, vt in præcedenti) & est KL basi propinquior, quam DE, & KL secat helicem in K, ergo, & DE multo magis helicem secabit in puncto D, quod est cõtra id, quod suppositũ est. Quod si helix fuerit vt AGDNEH, ellipsisque ADB helicem contingat in D, rursusq; ipsi occurrat in E, quæ quidem puncta in helicis quarta GH existant, vt dictum est, sitq; (si fieri potest) ellipsis portio DE propinquior basi, quam DNE, primum quidem patet DNED esse spacium; quapropter eodem modo demonstrabitur duci posse ellipsim AMN, quæ helicem secet in punctis MN, nempè, vt si ducta fuerit ellipsis AMN, quæ transeat per punctum O, quod quidem sit in cylindri latere PQ; sitq; punctum O inter puncta PQ. Itaq; quoniam ellipsis AMN helicem secat in punctis MN in quarta GDH existentibus, erit helicis punctum Q basi propinquior, quam punctum O ellipsis, quod fieri non potest. *Cor. præcedentis.*





Præterea non poteſt ellipſis helicem contingere, vt dictum eſt, ipſique rurſus occurrere in B, vt in 4. figura; nam ducto latere DK, cum ſit AGD maior quarta, erit & AK circuli quarta maior, & propter ellipſim AK ad KD minorem habebit proportionem, quam AKC ad CB, propter helicem verò eſſet AK ad KD, vt AKC ad CB, quod eſſe non poteſt.

Ex 38. primi huius. 26. primi huius.

Neque ſi perducatur helix ex H in OP, poteſt ellipſis helici occurrere, vt in O, primum verò conſtat punctum ellipſis B eſſe inter HC, non enim poteſt ellicis punctum H eſſe inter BC, quia ellipſis helicem ſecaret in prima quarta, neq; poteſt helix ellipſi occurrere in B, vt oſtenſum eſt, erit igitur B inter HC, quare ducto latere cylindri OQ: ſimiliter, vt in præcedenti oſtendetur AKC ad CH maiorem habere proportionem, quam ad CB, quæ quidem omnia demonſtrare oportebat.

COROLLARIVM.

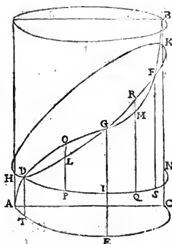
Ex hoc patet medium ellipſis punctum B eſſe inter HC.

PROPOSITIO VIII.

Si in cochlea ellipſis per helicis quartam tranſiens, rurſus helicis medietatem ſecuerit, in duobus alijs punctis ſecabit: alterum quidem in prima quarta, alterum verò in ſecunda, quæ æqualiter à quadrante diſtabunt, neq; amplius ellipſis helici occurret, & ellipſis portio inter ſectiones in prima quarta exiſtẽs erit baſi propinquior, quam helix, quæ vero fuerit in ſecunda quarta, erit helix baſi propinquior, quam ellipſis.

In

In cochlea A B sit helix A G B, cuius quarta sit A G, in qua quoduis, sumatur punctum D, & per G D planum ducatur plano A B erectū, quod in sectione sit ellipsis HDGK, (sectio enim hæc est ellipsis, quia planum secans non est basi A E C æquidistans, vt patet ductis lateribus G E D T, quę inter se sunt inęqualia, siquidem minor est T D, quam E G) sumatur in secūda helicis quarta G B punctum F, quod æqualiter distet à G, vt D. Dico ellipsim helicem quoque secare in F, ellipsisque portionem D L G propinquiorem esse basi, quam helix D G, helicis verò portionem G M F basi propinquiorem esse, quam ellipsis G F, ellipsisque helici amplius non occurrere. Ducatur per D basi æquidistans circulus D I N, & inter D G G F in helice duo vtcumq; sumantur puncta O M, cylindrique latera ducantur O P M Q quæ ellipsim dispescant in L R, ducaturq; latus F S. Quoniam enim propter helicem ita est D I ad I G, vt D S ad S F, helicis verò portiones D O G. G F sunt æquales; ergo D I I S inter se sunt æquales; cæterum propter ellipsim quoniam D I est æqualis I S, & vt D I ad I G, ita est D S ad S F: erit punctum F in ellipsi; ergo ellipsis, quæ per D G transit, etiam per F transibit. At verò quoniam propter ellipsim D P ad P L maiorem habet proportionem, quam D I ad I G, propter helicem verò ita est D P ad P O, vt D I ad I G, maiorem habebit proportionem D P ad P L, quam ad P O: quare punctum L propinquior est ipsi P, ac per consequens basi, quam O. Quoniam autem propter ellipsim minorem habet proportionem D Q ad Q R, quam D S ad S F, & propter helicem ita est D Q ad Q M, sicut M S ad S F, minorem habebit proportionem D Q ad Q R, quam ad Q M, quare punctum M propinquior est basi, quam R, atque hac ratione omnia ellipsis puncta D L G propinquiora esse basi ostendetur, quam helicis puncta D O G, puncta verò helicis G M F basi propinquiora esse, quam ellipsis puncta G R F.



2. Cor. 38. primi huius.

43. primi huius.

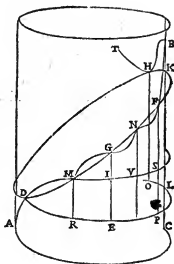
1. Cor. eiusdem.

28. primi huius.

43. huius.

30. primi huius.

Reli-



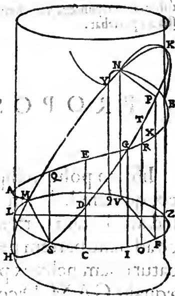
Reliquum est, vt ostendatur, ellipsim helici amplius non occurrere. Si igitur fieri potest, (vt in 2. figura,) occurrat primum ellipsis helici in duobus punctis M D, in prima helicis quarta AMG existentibus. Ducatur per D circulus DRP basi æquidistans, ducanturq; latera MR GE. Quoniam enim propter helicem ita est
40. primi huius. DR ad RM, vt DE ad EG, & est punctum M in ellipsi; ergo & propter ellipsim quoq; erit DR ad RM, vt DE ad EG, quod esse non potest, cùm propter elli-
28. primi huius. psim maior sit proportio DR ad RM, quam DE ad EG. Occurrat autem (si fieri potest) ellipsis helici in duobus punctis FN in secunda quarta helicis GFB existentibus, sumatur in helice AG punctum D, quod æqualiter distet, à G, vt F. Ducaturque per D circulus basi æquidistans, qui la-
40. primi huius. 1. Cor. eiusdem. tera cylindri secet in EP, & quoniam propter helicem ita est DE ad EG, vt DP ad PF, vt in helice ita est DG ad GF, vt DE ad EP, erunt DE EP æquales, & quoniam ita est DE ad EG, vt DP ad PF; suntque puncta GF in ellipsi; ergo punctum D in ellipsi esse (ex demonstratis) necesse est. Quamobrem aliud in helicis quarta GA sumatur punctum M, quod æqualiter distet à G, vt N, eodem prorsus modo, ducto per M circulo MIS basi æquidistante, ostendetur, punctum M esse in ellipsi. Quare in prima helicis quarta GA ellipsis helici occurrit in duobus punctis MD, quod fieri non posse, proximè demonstratum est. Verum neque potest ellipsis præter puncta MN etiam helicem secare in B, quia cùm ellipsis transeat per G, helici quoque occurreret in A, atque ita contra id, quod supponitur helix AMG, veluti GNB ellipsi, neque in prima, neque in secunda quarta occurrere posset, quia helicis portio AMG à basi magis distaret, quam ellipsis, & GNB propior esset basi, quam ellipsis, vt patet in quarta huius propositione. Quod si perducatur helix ex B in HT, occurratque (si fieri potest) helix ellipsi in H. Ducatur latus HO, similiter, vt antea, propter ellipsim DLO ad OH maiorem habet
7. primi huius. proportionem, quam DL ad LK (cùm sit DLO maior DL, & LK maior OH) propter helicem, verò ita est DL ad LB, sicut

DLO

DLO ad OH, ergo DL ad LB maiorem habebit proportionem, quam DL ad LK, quod fieri non poteſt, ſecat igitur ellipſis helicem in tribus tantùm punctis, vt dictum eſt, &c. quæ quidem omnia demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO IX.

Iiſdem poſitis, ellipſis verò HGK non ſecet quidem helicem AGB in quarta GA, ſed ad alteram partem, vt in puncto M helice ad hanc partem perducta; ſi igitur perducatur etiam helix ex parte B, fiatque GBN æqualis GAM. Dico ellipſim ſecare helicem quoque in N, portionemque GAM à baſi magis diſtare, quam ellipſis portio GHM, helicis verò portionem GBN baſi propinquiorem eſſe, quam ellipſis portio GKN, neque ellipſim helici amplius occurrere.



Intelligatur per puncta A B parallelogramum per axem, ducaturque per M circulus MIV basi æquidistans; qui ellipsim secet quoq; in S, iungaturq; MS, quæ cùm sit communis sectio circuli,& ellipsis,quorum plana sunt parallelogrammo A B per axem erecta, erit M S plano A B erecta,ductaque LZ circuli MIV planiq; A B communi sectione, erit M S ipsi LZ perpendicularis. Deinde cylindri latera ducantur GI NV, ducanturque VF NP plano AB per axem erectæ,erunt sanè MS VF NP interse parallelæ,vnde VF est in plano circuli MIV, & ipsi LZ perpendicularis, & quoniam ita est MAG ad GBN, vt MSI ad IZV, suntq; MAG GBN æquales,ergo MSI IZV interse sunt æquales,eademq; ratione quoniam sunt AG GB æquales,cùm sint helicis quartæ, erunt LI IZ circuli quartæ, ex quibus colligitur MS VF interse æquales esse. Deinceps ducatur cylindri latus SQ, & inter SI vbicunque sumatur punctum C, ducaturque cylindri latus CDE, sitque D in ellipsi, E verò in helice; itaque quoniam propter ellipsim SC ad CD maiorem habet proportionem, quam SI ad IG, si ipsis SC SI communis addatur circunferentia SLM; maiorem habebit proportionem MSC ad CD, quam MSI ad IG, propter helicem autem ita est MSC ad CE, sicut MSI ad IG, maiorem igitur habebit proportionem MSC ad CD, quam ad CE, quare maior est CE, quam CD, hacque ratione ostendetur omnia puncta helicis SDG basi propinquiora esse, quã helicis puncta QEG, sed quoniam helix circulum in vno tantùm puncto dispescit; helicis portio QAM cum circunferentia MLS non conueniet, nisi in M, quare helix QAM à basi magis distat, quam circunferentia MLS, circunferentia verò MLS à basi magis distat, quam ellipsis portio MHS, ergo helix QAM à basi magis distabit, quam ellipsis MHS, vnde sequitur helicis portionem MAG à basi magis distare, quam ellipsis portio MHG. Hoc demonstrato sumatur inter IF, quod vis punctum O, cylindrique latus ducatur ORT, sitque punctum R in helice, T

9. primi huius.

28. primi huius.

8. primi huius.

3. Cor. 40. primi huius.

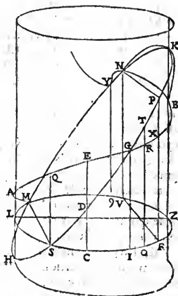
verò

verò in ellipsi. Quoniam igitur propter ellipsim SI ad IG maiorem habet proportionem, quam SO ad OT, communis addatur SLM ipsis SI SO, habebit MSI ad IG maiorem proportionem, quam MSO ad OT, sed propter helicem MSI ad IG est, vt MSO ad OR: habebit MSO ad OR maiorem proportionem, quam ad OT, minor igitur est OR, quam OT, & hoc modo omnia puncta ellipsis GP à basi magis distare ostendetur, quam puncta helicis GRX. Neq; enim potest helix occurrere ellipsi in P; nam quoniam helix pertransit per G; ipsi quoq; helici occurreret in S, quod fieri non posse ostensum est; deinde in circunferentia VZF quoduis punctum sumatur Z cylindriq; latus ducatur ZBK, quod helicē secet in B, ellipsim verò in K. Quoniam igitur NP erecta est plano per axem ducto AB, cui etiam est erecta basis, circulus nempè MIV; erunt puncta NP basi æqualiter distantia, vnde ellipsis puncta in PKN existentia magis à basi distabunt, quam puncta NP, quare maius est latus ZK, quam VN. Itaque quoniam maior est MIV, quam MIZ, & ZK maior est VN; maiorem habebit proportionem MIV ad VN, quam MIZ ad ZK, sed propter helicem ita est MIZ ad ZB, vt MIV ad VN maiorem igitur proportionem habet MIZ ad ZB, quam ad ZK, quare maior est ZB, quam ZK, ac propterea punctum B basi propinquius existit, quam K, atq; ita ostendetur omnia puncta helicis XBN propinquiora esse basi, quam puncta ellipsis PKN, ex quibus constat helicis portionem GBN basi propinquiorem esse, quam helicis portio GKN.

Quòd autem helix non occurrat amplius ellipsi, perducatur helix ex N, vt NY, & si fieri potest ellipsi occurrat in puncto Y, cylindriq; latus ducatur Y9. Quoniam enim circunferentia MI9 maior est circunferentia MIV, & punctum Y in ellipsi existit; latus VN maius erit 9Y, habebitq; propterea MI9 ad 9Y maiorem proportionem, quam MIV ad VN, sed propter helicem sicut MI9 ad 9Y, ita est MIV ad VN, ergo MI9 ad eandem AY, & maiorem habet proportionē, quam MIV ad VN, & eandem, quam MIV ad VN, quod fieri non potest. Non igitur helix ellipsi amplius occurrere potest, quæ quidem demonstrare oportebat.

PROPOSITIO X.

Iisdem positis, dico portionem GAM helicis medietate minorem existere.



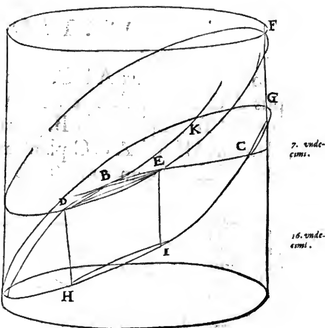
Si enim (si fieri potest) GAM esset medietas helicis, fiat helicis portio GBN æqualis portioni GAM, nimirum ellipsis helicem quoque secabit in N ex præcedenti. Sed quoniam GAM est helicis medietas, erit MAGBN integra helix, quare puncta M N sunt in eodem cylindri latere. At verò sunt quoq; puncta M N in ellipsi; ergo puncta M N (cùm sint in eodem cylindri latere) sūt vnum punctum, helixq; propterea sibi ipsi occurreret, quod fieri non potest, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XI.

Sit in cylindro helix ABC, quam secent duæ ellipses parallelæ ACG DEF; quæ sint plano cylindri per axem ducto AF erectæ, sitq; helix ABC medietate minor. Diuidaturq; helix DBE bifariam in B, iungaturq; BE. Dico BC perductam plano ACG occurrere.

Du-

Ducātur cylindri latera DH EI, iunganturq; DE HI. Quoniā igitur DH EI sunt parallelę, erunt DE HI in plano per DH EI ducto, at verò quoniam ellipsium plana secātur plano DEIH, erūt DE HI sectiones cōmunes interse parallelę. Vnde BE nō est ipsi HI parallela, & quoniam plana DEF ACG



7. vndecimi.

16. vndecimi.

sunt parallela, lineaq; BE occurrit plano DEF, eadem BE plano quoque ACG occurret, quod demonstrare oportebat.

Eodemq; modo patet ductam lineam BD plano ACG occurrere.

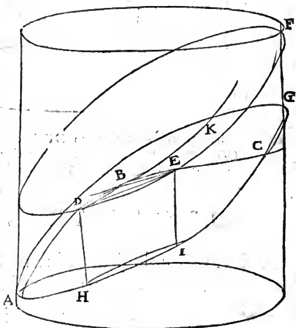
COROLLARIVM.

Ex his facilè colligitur helicem BA æqualem esse ipsi BC. Propter enim plana DEF ACG parallela, & propter helicis regularitatem in cylindro, quæ vbicunq; eodem modo se habet, secabitur helix, ita vt pars DA sit æqualis EC, quòd cùm sit BD æqualis BE, erit BA æqualis BC.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Sit similiter helix ABC, cui occurrat ellipsis ACG in duobus punctis AC, diuidaturq; ABC bifariam in B, ducaturq; per B planum BK ipsi ACG plano æquidistans. Dico BK helicem in puncto B contingere.

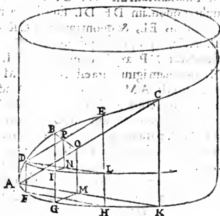


Si fieri potest, planum BK helici quoque occurrat in E, iungaturq; BE; deinde fiat helix BD æqualis BE, ductaque DE, cõstat ex præcedẽti lineam BE plano ACG occurrere. Verum quoniam puncta BE sunt in plano BK plano ACG parallelo, linea igitur quoque BE erit plano ACG parallela, quæ quidem esse non possunt; siquidem BE cum ACG concurrere, & non concurrere, fieri non potest, planum ergo BK helicem contingit in B, quod demonstrare oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

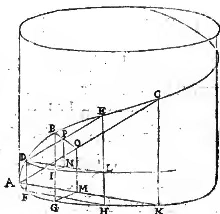
Sit in cochlea helix A B C, in qua duo vbicunque ſumantur A C, iungaturque A C, ducaturque cylindri latus C K, iungaturq; A K; helicis verò portio A B C bifariam diuidatur in B, & inter A B vtcumq; ſumatur punctum D, & fiat B E æqualis B D, iungaturque D E, diuidanturq; rectæ A C D E bifariam in O P, connectaturque B P P O. Dico B P O rectam lineam eſſe, & non ſolùm ipſis A C D E perpendicularem, verum etiam plano A C K erectam eſſe. *43.huius.* *45.huius.*



Sit A G K baſis, ſitq; circulus baſi æquidiſtans, cylindriq; latera ducatur D F B G E H, & iungatur F H, deinde à puncto D baſi æquidiſtãti ducatur circulus D I L, qui cylindri latera B G E H ſecet in I L, connectaturq; D L. Quoniam enim portiones helicis, & baſis inter cylindri latera exiſtentes in eadem ſunt proportione; erit A B ad A B C, vt A G ad A G K, & vt D B ad D B E, ita D I ad D I L, ſed A B dimidia eſt ipſius A B C, & D B dimidia D B E; ergo A G dimidia eſt A G K, & D I dimidia eſt D I L. Quoniam autem ita eſt A G ad G B, vt A G K ad K C, erit permutando A G ad A G K, vt *38.huius.* *40.huius.* *38 huius. 16.quinti*

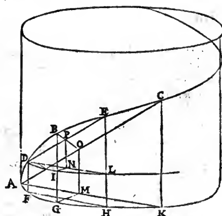
K G B ad

GB ad KC, quare GB dimidia eſt KC, ſimiliter, quoniam DI eſt ad IB, vt DIL ad LE, & permutando ergo erit IB dimidia LE. Cæterum quia ita eſt DB ad BE, vt FG ad GH, erit CF æqualis GH, ſed GA eſt æqualis GK, linea igitur FH ipſi AK eſt æquidiſtans. Itaque cùm ſit planum ACK baſi AGK erectum (ſiquidem cylindri latus CK per quod planum tranſit baſi eſt perpendiculare,) ſitque ſimiliter ob latera DF EH planum FDEH eidem baſi AGK erectum, ſūt verò planorum, & baſis communes ſectiones FH AK parallelæ; ergo & plana FDEH ACK ſunt inuicem parallela. At verò quoniam circulus DIL eſt circulo AGK æquidiſtans, erit planum FDEH, hoc eſt DEL circulo DIL erectum. Itaque diuidantur rectæ AK DL bifariam in MN, iunganturq; MO NP, quoniam igitur AC AK bifariam ſunt diuiſæ in OM, erit OM ipſi CK æquidiſtans, ſimiliter quoniam DE DL ſunt bifariam diuiſæ in PN; erit PN æquidiſtans EL, & quoniam latus CK eſt baſi erectum, erit OM baſi erecta, ac propterea ipſi quoque BG æquidiſtans, parique ratione oſtendetur NP æquidiſtantem eſſe BI, connectantur autem GM IN, quoniam igitur, ita eſt AM ad MO, vt AK ad KC, permutando erit AM ad AK, vt MO ad KC, eſt autem AM dimidia AK, ergo MO dimidia eſt KC, at verò GB dimidia eſt quoque KC, erit igitur MO æqualis GB, ſed ambæ GB MO ſunt inter ſe parallelæ; ergo ducta linea BO erit ipſi GM æqualis, & æquidiſtans. Cùm autem ſint, baſis AGK, planumq; ACK inuicem erecta, & eſt GM in plano baſis, & planorum communi ſectioni AK perpendicularis (cùm linea GM in circuli centrum tendat) erit GM plano ACK erecta, ſed ducta BO eſt GM æquidiſtans; erit igitur BO plano ACK erecta. Eademque ratione quoniam NP dimidia eſt LE (cùm ſit DN ad DL, vt NP ad LE) erit NP ipſi BI æqualis, ſed eſt etiam NP ipſi BI æquidiſtans, erit igitur ducta BP æquidiſtans IN, ſed quoniam plana DEL, & circulus DIL ſunt erecta, & eſt IN in circulo DIL, eſtque communi ſectioni DL perpendicularis, erit IN plano DEL perpendicularis, quare BP plano DEL eſt



Marginal notes: 4. huius. — 1. Cor. 38 huius. — 18. vndecimi. — Ex 16. vndecimi. — Ex 2. sexti. — 8. 6. vndecimi. — 33. primi. — Ex 3. tertij. — Ex 38. vndecimi. — 8. vndecimi. — 8. vndecimi.

est erecta. At verò quoniam ducta BO est plano ACK erecta, & BP est plano DEL erecta, suntque plana ACK DEL parallela; vna, & eadem recta linea ab eodem puncto B vtrisque planis perpendicularis existet, siquidem eadem recta linea parallelis planis erecta est; ergo recta linea est BPO, & quoniam BO est plano ACK erecta, erit BO



Ex 14. vndecimi.

ipsi AC perpendicularis, similitèr quoniam BP est plano DEL erecta, erit BP ipsi DE perpendicularis, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XIV.

In cochlea sit helix ABC, sitque parallelogrammum per axem AG, cui ad rectos angulos sit planum ANC; quod quidem helici occurrat vbicunque in punctis, vt AC, helix verò ABC bifariam diuidatur in B, & per B ducatur planum QR plano ANC æquidistans. Dico planum QR helici non occurrere nisi in puncto B.

Si enim (si fieri potest) planum QR ipsi ANC æquidistans occurrat helici in puncto etiam E, iungatur BE, quæ quidem cum sit intra cylindrum, helicem secabit in punctis BE; quòd cùm sint puncta EB, in plano QR ipsi ANC æquidistante; erit linea BE plano ANC æquidistans. Fiat BD æqualis BE, iunganturque DE AC, deinde ducatur cylindri latus CK, iungaturque AK, lineæ verò DE AC bifariam diuidantur in PO. Ducaturque BPO, quæ quidem, ex ijs, quæ antea ostensa sunt, recta linea est; & est non solum ipsis DE AC perpendicularis, sed plano ACK etiam erecta. Quare linea DE plano ACK æquidistans existit. Itaque in plano ACK per punctum O ducatur OS æquidistans PE, erit vtiq; OS in plano BPE, siquidem lineæ PE OS OPB in vno sunt plano, in quo est quoque linea BE, & quoniam linea BE occurrit ipsi PE, eadem BE ipsi quoq; OS occurret. Vnde necesse est, BE plano quoque ANC occurrere, quod fieri non potest, sequitur enim lineam BE plano ANC parallelam non esse, vt suppositum fuit. Non ergo planum QR helici occurrit, nisi in B, quod demonstrare oportebat.

Ex præcedenti.

Ex præcedenti.

7. undecimi.
2. undecimi.

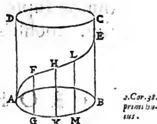
COROLLARIVM.

Ex hoc patet planum QR helicē in puncto B contingere, quod quidem planum, in superficie cylindri erit ellipsis.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Data cochlea orizonti erecta, infimum helicis punctum est helicis initium; supremum verò alterum terminum.

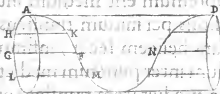


Data sit cochlea orizonti erecta ABCD, quæ helicem habeat AE; erit vtique basis ABG orizonti æquidistans; itaque constat infimum punctum esse initium A, cùm semper helix ex A sursum tendat, ductis enim cylindri lateribus FG HK LM, maior est semper HK, quam FG, & LM, quam HK, ex quibus sequitur alterum helicis terminum E supremum existere, quod demonstrare oportebat.

2.Cor.38. primi huius.

PROPOSITIO XVI.

Data cochlea orizonti æquidistans, infimũ helicis locum est in inferiori linea parallelogrammi per axem ducti, orizontique erecti; supremum verò in linea superiori.



Sit cochlea orizonti æquidistans, sitque parallelogrammum per axem, orizontiq; erectũ ABCD, sitq; helix AE. Dico infimum punctum esse E in linea BC, supremum verò A in linea AD. Quoniam enim parallelogrammum AC est orizonti erectum, erunt lineæ AD BC orizonti parallelæ, ex quibus constat helicem ex A vsque ad E descendere, ductis enim lateribus cylindri, latus quidem FG propinquius est ipsi BE, quam KH, & LM propinquius, quam GF, & ita in alijs. Ob eandemque causam si helix perduceretur in ND, ex E in D semper ascendet. Infimum ergo locum est in linea BC, supremum verò in linea AD, quod demonstrare oportebat.

CO-

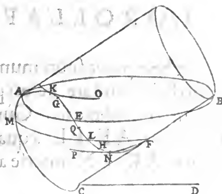
COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est in hac cochlea plura dari posse puncta infima, pluraq; suprema. Infima enim sunt ea, quæ in linea BC reperiuntur, suprema verò, quæ in linea AD existunt; cochlea scilicet plures helices habente.

PROPOSITIO XVII.

Si in cochlea, orizonti inclinata helicis initium fuerit sublimius, quam medietatis punctum; dimidia verò helix in quatuor sit æquales partes diuisa; huius dimidiæ helicis supremum punctũ erit in prima quatuor partium; infimum verò erit in postrema, punctumque supremum erit medium inter initium, & vbi ellipsis per initium transiens orizonti æquidistans helicem secat; infimum verò erit medium inter punctum medietatis, & vbi ellipsis per medietatem transiens orizonti æquidistãs helicem secuerit.

Sit



Sit A B cochlea, sitque orizon C D, inclinatio autem sit B C D, existente A B parallelogrammo per axem orizonti erecto, sitq; dimidia helix A E F, punctumque A sit sublimius, quam helicis medietas F. Diuidatur helix A E F in quatuor æquales partes, quarum prima sit A G, postrema verò F H. (Diuidetur enim helix in quatuor partes, primum diuidendo bifariam in Q, deinde bifariam in G H.) Deinde sit A B E ellipsis orizonti æquidistás; quæ helicem secet in E, secabit enim, quia cùm sit pũctum A sublimius, quam F, puncta verò A B çqualiter ab orizonte distant, erit B sublimius, quã F, propterea punctum F est inter B C. Diuidatur helix A E bifariam in K. Rursum sit ellipsis F L M orizonti æquidistans, quæ helicem secet in L, sitq; punctum N helicis medium inter L F. Dico huius medietatis helicis A E F punctum K supremũ esse, & inter A G existere, N verò esse punctum infimum, & inter L F reperiri. Ducatur per K planum K O plano A E B æquidistans; similiter per N ducatur ellipsis N P, quæ sit F L M æquidistans; porrò ellipses A B E F L M, planaque K O P N parallelogrammo A B per axem erecta erunt, & orizonti parallela, planaq; K O P N helicem contingent in punctis K N. Quoniam igitur planum K O est orizonti æquidistans, omnia helicis puncta erunt orizonti propinquiora, quam punctum K, siquidem planum K O contingit helicem in K, vnde sequitur punctum K esse omnium supremũ, similiter quoniam planum P N est orizonti æquidistans, omnia helicis puncta erunt sublimiora, quam punctum N, vnde punctum N est omnium infimum. Quoniam autẽ punctum F est inter B C, ellipsis A B E helicem secabit in prima helicis quarta A Q, quæ est medietas helicis A F, quare erit helix A K E minor, quam quarta; similiter quoniam ellipsis F L M helicem secat ex contraria parte, veluti ellipsis A E B, ita scilicet, vt helix F N L sit æqualis helici A K E; erit F L minor, quam helicis quarta F Q. At verò quoniam helicis portiones A E F L sunt minores helicis quarta, & earum medietates A K F N minores erunt, quam A G F H, punctum ergo K est inter A G, & N inter F H, punctum igitur supremum K, & infimum N in cochlea reperiuntur, vt dictum est, quod demonstrare oportebat.

43. primi huius.

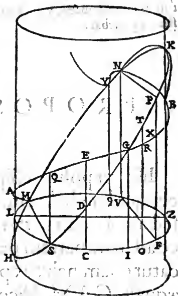
Ex 5. huius.

12. secundi huius.

5. huius.

2. Cor. primi huius.

CO-



Intelligatur per puncta A B parallelogramum per axem, ducaturque per M circulus MIV basi æquidistans; qui ellipsim secet quoq; in S, iungaturq; MS, quæ cùm sit communis sectio circuli,& ellipsis,quorum plana sunt parallelogrammo A B per axem erecta, erit MS plano AB erecta,ductaque LZ circuli MIV planiq; AB communi sectione, erit MS ipsi LZ perpendicularis. Deinde cylindri latera ducantur GI NV, ducanturque VF NP plano AB per axem erectæ,erunt sanè MS VF NP interse parallelæ,vnde VF est in plano circuli MIV, &ipsi LZ perpendicularis, & quoniam ita est MAG ad GBN, vt MSI ad IZV, suntq; MAG GBN çquales,ergo MSI IZV interse sunt æquales,eademq; ratione quoniam sunt AG GB çquales,cùm sint helicis quartæ, erunt LI IZ circuli quartæ, ex quibus colligitur

9. primi huius. MS VF interse æquales esse. Deinceps ducatur cylindri latus SQ, & inter SI vbicunque sumatur punctum C, ducaturque cylindri latus CDE, sitque D in ellipsi, E verò in helice; itaque quoniam propter

28. primi huius. ellipsim SC ad CD maiorem habet proportionem, quam SI ad IG, si ipsis SC SI communis addatur circunferentia SLM; maiorem

1. primi huius. habebit proportionem MSC ad CD, quam MSI ad IG, propter helicem autem ita est MSC ad CE, sicut MSI ad IG, maiorem igitur habebit proportionem MSC ad CD, quam ad CE, quare maior est CE, quam CD, hacque ratione ostendetur omnia puncta helicis SDG basi propinquiora esse,quã helicis puncta QEG,

3. Cor. 40. primi huius. sed quoniam helix circulum in vno tantùm puncto dispescit;helicis portio QAM cum circunferentia MLS non conueniet, nisi in M, quare helix QAM à basi magis distat,quam circunferentia MLS, circunferentia verò MLS à basi magis distat,quam ellipsis portio MHS, ergo helix QAM à basi magis distabit, quam ellipsis MHS, vnde sequitur helicis portionem MAG à basi magis distare,quam ellipsis portio MHG. Hoc demonstrato sumatur inter IF, quod vis punctum O, cylindrique latus ducatur ORT, sitque punctum R in helice, T

verò

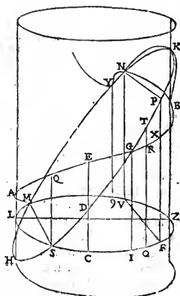
verò in ellipsi. Quoniam igitur propter ellipsim SI ad IG maiorem habet proportionem, quam SO ad OT, communis addatur SLM ipsis SI SO, habebit MSI ad IG maiorem proportionem, quam MSO ad OT, sed propter helicem MSI ad IG est, vt MSO ad OR: habebit MSO ad OR maiorem proportionem, quam ad OT, minor igitur est OR, quam OT, & hoc modo omnia puncta ellipsis GP à basi magis distare ostendetur, quam puncta helicis GRX. Neq; enim potest helix occurrere ellipsi in P; nam quoniam helix pertransit per G; ipsi quoq; helici occurreret in S, quod fieri non posse ostensum est; deinde in circunferentia VZF quoduis punctum sumatur Z cylindriq; latus ducatur ZBK, quod helicē secet in B, ellipsim verò in K. Quoniam igitur NP erecta est plano per axem ducto AB, cui etiam est erecta basis, circulus nempè MIV; erunt puncta NP basi æqualiter distantia, vnde ellipsis puncta in PKN existentia magis à basi distabunt, quam puncta NP, quare maius est latus ZK, quam VN. Itaque quoniam maior est MIV, quam MIZ, & ZK maior est VN; maiorem habebit proportionem MIV ad VN, quam MIZ ad ZK, sed propter helicem ita est MIZ ad ZB, vt MIV ad VN maiorem igitur proportionem habet MIZ ad ZB, quam ad ZK, quare maior est ZB, quam ZK, ac propterea punctum B basi propinquius existit, quam K, atq; ita ostendetur omnia puncta helicis XBN propinquiora esse basi, quam puncta ellipsis PKN, ex quibus constat helicis portionem GBN basi propinquiorem esse, quam helicis portio GKN.

Quòd autem helix non occurrat amplius ellipsi, perducatur helix ex N, vt NY, & si fieri potest ellipsi occurrat in puncto Y, cylindriq; latus ducatur Y9. Quoniam enim circunferentia MI9 maior est circunferentia MIV, & punctum Y in ellipsi existit; latus VN maius erit 9Y, habebitq; propterea MI9 ad 9Y maiorem proportionem, quam MIV ad VN, sed propter helicem sicut MI9 ad 9Y, ita est MIV ad VN, ergo MI9 ad eandem AY, & maiorem habet proportionē, quam MIV ad VN, & eandem, quam MIV ad VN, quod fieri non potest. Non igitur helix ellipsi amplius occurrere potest, quæ quidem demonstrare oportebat.

PROPOSITIO X.

Iisdem positis, dico portionem GAM helicis medietate minorem existere.

Si enim (si fieri potest) GAM esset medietas helicis, fiat helicis portio GBN æqualis portioni GAM, nimirum ellipsis helicem quoque secabit in N ex præcedenti. Sed quoniam GAM est helicis medietas, erit MAGBN integra helix, quare puncta MN sunt in eodem cylindri latere. At verò sunt quoq; puncta MN in ellipsi; ergo puncta MN (cùm sint in eodem cylindri latere) sũt vnum punctum, helixq; propterea sibi ipsi occurreret, quod fieri non potest, quod demonstrare oportebat.

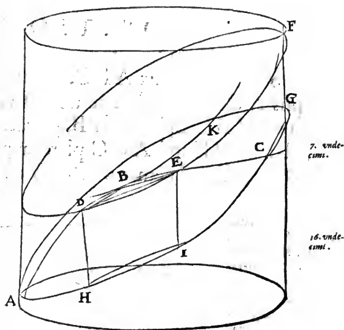


PROPOSITIO XI.

Sit in cylindro helix ABC, quam secent duæ ellipses parallelæ ACG DEF; quæ sint plano cylindri per axem ducto AF erectæ, sitq; helix ABC medietate minor. Diuidaturq; helix DBE bifariam in B, iungaturq; BE. Dico BC perductam plano ACG occurrere.

Du-

Ducãtur cylindri latera DH EI, iunganturq; DE HI. Quoniã igitur DH EI sunt parallelę, erunt DE HI in plano per DH EI ductõ, at verò quoniam ellipsium plana secãtur plano DEIH, erũt DE HI sectiones cõmunes interse parallelę. Vnde BE nõ est ipsi HI parallela, & quoniam plana DEF ACG sunt parallela, lineaq; BE occurrit plano DEF, eadem BE plano quoque ACG occurret, quod demonstrare oportebat.



7. vndecimi.

16. vndecimi.

Eodemq; modo patet ductam lineam BD plano ACG occurrere.

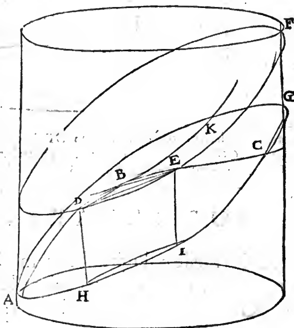
COROLLARIVM.

Ex his facilè colligitur helicem BA æqualem esse ipsi BC. Propter enim plana DEF ACG parallela, & propter helicis regularitatem in cylindro, quæ vbicunq; eodem modo se habet, secabitur helix, ita vt pars DA sit æqualis EC, quòd cùm sit BD æqualis BE, erit BA æqualis BC.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Sit similiter helix ABC, cui occurrat ellipsis ACG in duobus punctis AC, diuidaturq; ABC bifariam in B, ducaturq; per B planum BK ipsi ACG plano æquidistans. Dico BK helicem in puncto B contingere.



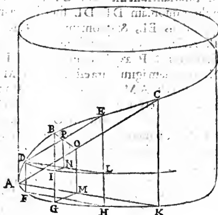
Si fieri potest, planum BK helici quoque occurrat in E, iungaturq; BE; deinde fiat helix BD æqualis BE, ductaque DE, cõstat ex præcedẽti lineam BE plano ACG occurrere. Verum quoniam puncta BE sunt in plano BK plano ACG parallelo, linea igiturquoque BE erit plano ACG parallela, quæ quidem esse non possunt; siquidem BE cum ACG concurrere, & non concurrere, fieri non potest, planum ergo BK helicem contingit in B, quod demonstrare oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

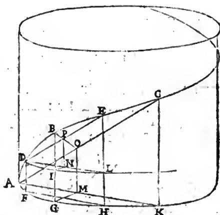
Sit in cochlea helix ABC, in qua duo vbicunque ſumantur A C, iungaturque A C, ducaturque cylindri latus C K, iungaturq; A K; helicis verò portio ABC bifariam diuidatur in B, & inter A B vtcumq; ſumatur punctum D, & fiat B E æqualis B D, iungaturque D E, diuidanturq; rectæ A C D E bifariam in O P, connectaturque B P P O. Dico B P O rectam lineam eſſe, & non ſolùm ipſis A C D E perpendicularem, verum etiam plano A C K erectam eſſe. 43.huius. 45.huius.

Sit A G K baſis, ſitque circulus baſi æquidiſtans, cylindriq; latera ducatur D F B G E H, & iungatur F H, deinde à puncto D baſi æquidiſtanti ducatur circulus D I L, qui cylindri latera B G E H ſecet in I L, connectaturq; D L. Quoniam enim portiones helicis, & baſis inter cylindri latera exiſtentes in eadem ſunt proportione; erit A B ad A B C, vt



A G ad A G K, & vt D B ad D B E, ita D I ad D I L, ſed A B dimidia eſt ipſius A B C, & D B dimidia D B E; ergo A G dimidia eſt A G K, & D I dimidia eſt D I L. Quoniam autem ita eſt A G ad G B, vt A G K ad K C, erit permutando A G ad A G K, vt 38.huius. 40.huius. 38.huius. 16.quinti

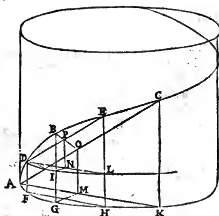
K G B ad



GB ad KC, quare GB dimidia est KC, similiter, quoniam DI est ad IB, vt DIL ad LE, & permutando ergo erit IB dimidia LE. Cæterum quia ita est DB ad BE, vt FG ad GH, erit CF æqualis GH, sed GA est æqualis GK, linea igitur FH ipsi AK est æquidistans. Itaque cùm sit planum ACK basi AGK erectum (siquidem cylindri latus CK per quod planum transit basi est perpendiculare,) sitque similiter ob latera DF EH planum FDEH eidem basi AGK erectum, sũt verò planorum, & basis communes sectiones FH AK parallelæ; ergo & plana FDEH ACK sunt inuicem parallela. At verò quoniam circulus DIL est circulo AGK æquidistans, erit planum FDEH, hoc est DEL circulo DIL erectum. Itaque diuidantur rectæ AK DL bifariam in MN, iunganturq; MO NP, quoniam igitur AC AK bifariam sunt diuisæ in OM, erit OM ipsi CK æquidistans, similiter quoniam DE DL sunt bifariam diuisæ in PN; erit PN æquidistans EL, & quoniam latus CK est basi erectum, erit OM basi erecta, ac propterea ipsi quoque BG æquidistans, parique ratione ostendetur NP æquidistantem esse BI, connectantur autem GM IN, quoniam igitur, ita est AM ad MO, vt AK ad KC, permutando erit AM ad AK, vt MO ad KC, est autem AM dimidia AK, ergo MO dimidia est KC, at verò GB dimidia est quoque KC, erit igitur MO æqualis GB, sed ambæ GB MO sunt inter se parallelæ; ergo ducta linea BO erit ipsi GM æqualis, & æquidistans. Cùm autem sint, basis AGK, planumq; ACK inuicem erecta, & est GM in plano basis, & planorum communi sectioni AK perpendicularis (cùm linea GM in circuli centrum tendat) erit GM plano ACK erecta, sed ducta BO est GM æquidistans; erit igitur BO plano ACK erecta. Eademque ratione quoniam NP dimidia est LE (cùm sit DN ad DL, vt NP ad LE) erit NP ipsi BI æqualis, sed est etiam NP ipsi BI æquidistans, erit igitur ducta BP æquidistans IN, sed quoniam plana DEL, & circulus DIL sunt erecta, & est IN in circulo DIL, estque communi sectioni DL perpendicularis, erit IN plano DEL perpendicularis, quare BP plano DEL est

[Marginal notes: 4. huius. — 1. Cor. 38 huius. — 18. vndecimi. — Ex 16. vndecimi. — Ex 2. sexti. — 8. 6. vndecimi. — 33. primi. — Ex 3. tertij. — Ex 38. vndecimi. — 8. vndecimi. — 8. vndecimi.]

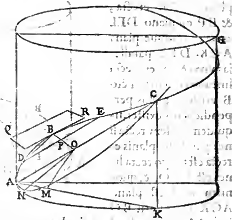
est erecta. At verò quoniam ducta B O est plano A C K erecta, & B P est plano D E L erecta, suntque plana A C K D E L parallela; vna, & eadem recta linea ab eodem puncto B vtrisque planis perpendicularis existet, siquidem eadem recta linea parallelis planis erecta est; ergo recta linea est B P O, & quoniam B O est plano A C K erecta, erit B O ipsi A C perpendicularis, similitèr quoniam B P est plano D E L erecta, erit B P ipsi D E perpendicularis, quod demonstrare oportebat.



Ex 14. vndecimi.

P R O P O S I T I O XIV.

In cochlea sit helix A B C, sitque parallelogrammum per axem A G, cui ad rectos angulos sit planum A N C; quod quidem helici occurrat vbicunque in punctis, vt A C, helix verò A B C bifariam diuidatur in B, & per B ducatur planum Q R plano A N C æquidistans. Dico planum Q R helici non occurrere nisi in puncto B.



Si enim (si fieri potest) planum QR ipsi ANC æquidistans occurrat helici in puncto etiam E, iungatur BE, quæ quidem cum sit intra cylindrum, helicem secabit in punctis BE; quòd cùm sint puncta EB, in plano QR ipsi ANC æquidistante; erit linea BE plano ANC æquidistans. Fiat BD æqualis BE, iungan- turque DE AC, deinde ducatur cylindri latus CK, iungaturque AK, lineę verò DE AC bifariam diuidantur in PO. Ducaturque BPO, quæ quidem, ex ijs, quæ antea ostensa sunt, recta linea est; & est non solum ipsis DE AC perpendicularis, sed plano ACK etiam erecta. Quare linea DE plano ACK æquidistans existit. Itaque in plano ACK per punctum O ducatur OS æquidistans PE; erit vtiq; OS in plano BPE, siquidem lineæ PE OS OPB in vno sunt plano, in quo est quoque linea BE, & quoniam linea BE occurrit ipsi PE, eadem BE ipsi quoq; OS occurret. Vnde necesse est, BE plano quoque ANC occurrere, quod fieri non potest, sequitur enim lineam BE plano ANC parallelam non esse, vt suppositum fuit. Non ergo planum QR helici occurrit, nisi in B, quod demonstrare oportebat.

Ex præcedenti. *Ex præcedenti.* *7. vndecimi.* *2. vndecimi.*

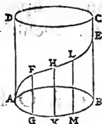
COROLLARIVM.

Ex hoc patet planum QR helicē in puncto B contingere, quod quidem planum, in superficie cylindri erit ellipsis.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Data cochlea orizonti erecta, infimum helicis punctum est helicis initium; supremum verò alterum terminum.

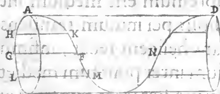


Data sit cochlea orizonti erecta ABCD, quæ helicem habeat AE; erit vtique basis ABG orizonti æquidistans; itaque constat infimum punctum esse initium A, cùm semper helix ex A sursum tendat, ductis enim cylindri lateribus FG HK LM, maior est semper HK, quàm FG, & LM, quam HK, ex quibus sequitur alterum helicis terminum E supremum existere, quod demonstrare oportebat.

2.Cor.38. primi huius.

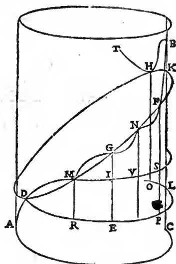
PROPOSITIO XVI.

Data cochlea orizonti æquidistans, infimũ helicis locum est in inferiori linea parallelogrammi per axem ducti, orizontique erecti; supremum verò in linea superiori.



Sit cochlea orizonti æquidistans, sitque parallelogrammum per axem, orizontiq; erectũ ABCD, sitq; helix AE, Dico infimum punctum esse E in linea BC, supremum verò A in linea AD. Quoniam enim parallelogrammum AC est orizonti erectum, erunt lineæ AD BC orizonti parallelæ, ex quibus constat helicem ex A vsque ad E descendere, ductis enim lateribus cylindri, latus quidem FG propinquius est ipsi BE, quam KH, & LM propinquius, quam GF, & ita in alijs. Ob eandemque causam si helix perduceretur in ND, ex E in D semper ascendet. Infimum ergo locum est in linea BC, supremum verò in linea AD, quod demonstrare oportebat.

CO-



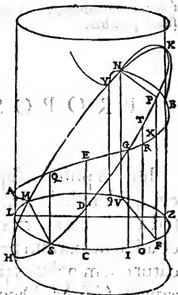
Reliquum est, vt ostendatur, ellipsim helici amplius non occurrere. Si igitur fieri potest, (vt in 2. figura,) occurrat primum ellipsis helici in duobus punctis M D, in prima helicis quarta AMG existentibus. Ducatur per D circulus DRP basi æquidistans, ducanturq; latera MR GE. Quoniam enim propter helicem ita est
40. primi huius. DR ad RM, vt DE ad EG, & est punctum M in ellipsi; ergo & propter ellipsim quoq; erit DR ad RM, vt DE ad EG, quod esse non potest, cùm propter elli-
28. primi huius. psim maior sit proportio DR ad RM, quam DE ad EG. Occurrat autem (si fieri potest) ellipsis helici in duobus punctis FN in secunda quarta helicis GFB existentibus, sumatur in helice AG punctum D, quod æqualiter distet, à G, vt F. Ducaturque per D circulus basi æquidistans, qui la-
40. primi huius. 1. Cor. eiusdem. tera cylindri secet in EP, & quoniam propter helicem ita est DE ad EG, vt DP ad PF, vt in helice ita est DG ad GF, vt DE ad EP, erunt DE EP æquales, & quoniam ita est DE ad EG, vt DP ad PF; suntque puncta GF in ellipsi; ergo punctum D in ellipsi esse (ex demonstratis) necesse est. Quamobrem aliud in helicis quarta GA sumatur punctum M, quod æqualiter distet à G, vt N, eodem prorsus modo, ducto per M circulo MIS basi æquidistante, ostendetur, punctum M esse in ellipsi. Quare in prima helicis quarta GA ellipsis helici occurrit in duobus punctis MD, quod fieri non posse, proximè demonstratum est. Verum neque potest ellipsis præter puncta MN etiam helicem secare in B, quia cùm ellipsis transeat per G, helici quoque occurreret in A, atque ita contra id, quod supponitur helix AMG, veluti GNB ellipsi, neque in prima, neque in secunda quarta occurrere posset, quia helicis portio AMG à basi magis distaret, quam ellipsis, & GNB propior esset basi, quam ellipsis, vt patet in quarta huius propositione. Quod si perducatur helix ex B in HT, occurratque (si fieri potest) helix ellipsi in H. Ducatur latus HO, similiter, vt antea, propter ellipsim DLO ad OH maiorem habet
7. primi huius. proportionem, quam DL ad LK (cùm sit DLO maior DL, & LK maior OH) propter helicem, verò ita est DL ad LB, sicut

DLO

DLO ad OH, ergo DL ad LB maiorem habebit proportionem, quam DL ad LK, quod fieri non potest, secat igitur ellipsis helicem in tribus tantùm punctis, vt dictum est, &c. quæ quidem omnia demonstrare oportebat.

PROPOSITIO IX.

Iisdem positis, ellipsis verò HGK non secet quidem helicem AGB in quarta GA, sed ad alteram partem, vt in puncto M helice ad hanc partem perducta; si igitur perducatur etiam helix ex parte B, fiatque GBN æqualis GAM. Dico ellipsim secare helicem quoque in N, portionemque GAM à basi magis distare, quam ellipsis portio GHM, helicis verò portionem GBN basi propinquiorem esse, quam ellipsis portio GKN, neque ellipsim helici amplius occurrere.



Intelligatur per puncta A B parallelogramum per axem, ducaturque per M circulus MIV basi æquidistans; qui ellipsim secet quoq; in S, iungaturq; MS, quæ cùm sit communis sectio circuli,& ellipsis,quorum plana sunt parallelogrammo AB per axem erecta, erit MS plano AB erecta,ductaque LZ circuli MIV planiq; AB communi sectione, erit MS ipsi LZ perpendicularis. Deinde cylindri latera ducantur GI NV, ducanturque VF NP plano AB per axem erectæ,erunt sanè MS VF NP interse parallelæ,vnde VF est in plano circuli MIV, & ipsi LZ perpendicularis, & quoniam ita est MAG ad GBN, vt MSI ad IZV, suntq; MAG GBN equales,ergo MSI IZV interse sunt æquales,eademq; ratione quoniam sunt AG GB equales,cùm sint helicis quartæ, erunt LI IZ circuli quartæ, ex quibus colligitur MS VF interse æquales esse. Deinceps ducatur cylindri latus SQ, & inter SI vbicunque sumatur punctum C, ducaturque cylindri latus CDE, sitque D in ellipsi, E verò in helice; itaque quoniam propter ellipsim SC ad CD maiorem habet proportionem, quam SI ad IG, si ipsis SC SI communis addatur circunferentia SLM, maiorem habebit proportionem MSC ad CD, quam MSI ad IG, propter helicem autem ita est MSC ad CE, sicut MSI ad IG, maiorem igitur habebit proportionem MSC ad CD, quam ad CE, quare maior est CE, quam CD, hacque ratione ostendetur omnia puncta helicis SDG basi propinquiora esse,quā helicis puncta QEG, sed quoniam helix circulum in vno tantùm puncto dispescit;helicis portio QAM cum circunferentia MLS non conueniet, nisi in M, quare helix QAM à basi magis distat,quam circunferentia MLS, circunferentia verò MLS à basi magis distat,quam ellipsis portio MHS, ergo helix QAM à basi magis distabit, quam ellipsis MHS, vnde sequitur helicis portionem MAG à basi magis distare,quam ellipsis portio MHG. Hoc demonstrato sumatur inter IF, quod vis punctum O, cylindrique latus ducatur ORT, sitque punctum R in helice, T verò

9. primi huius. *28. primi huius.* *8. primi huius.* *3. Cor. 40. primi huius.*

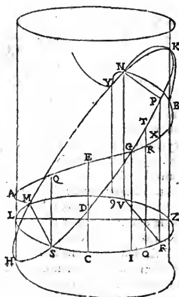
verò in ellipsi. Quoniam igitur propter ellipsim SI ad IG maiorem habet proportionem, quam SO ad OT, communis addatur SLM ipsis SI SO, habebit MSI ad IG maiorem proportionem, quam MSO ad OT, sed propter helicem MSI ad IG est, vt MSO ad OR: habebit MSO ad OR maiorem proportionem, quam ad OT, minor igitur est OR, quam OT, & hoc modo omnia puncta ellipsis GP à basi magis distare ostendetur, quam puncta helicis GRX. Neq; enim potest helix occurrere ellipsi in P; nam quoniam helix pertransit per G; ipsi quoq; helici occurreret in S, quod fieri non posse ostensum est; deinde in circunferentia VZF quo duis punctum sumatur Z cylindriq; latus ducatur ZBK, quod helicē secet in B, ellipsim verò in K. Quoniam igitur NP erecta est plano per axem ducto AB, cui etiam est erecta basis, circulus nempè MIV; erunt puncta NP basi æqualiter distantia, vnde ellipsis puncta in PKN existentia magis à basi distabunt, quam puncta NP, quare maius est latus ZK, quam VN. Itaque quoniam maior est MIV, quam MIZ, & ZK maior est VN; maiorem habebit proportionem MIV ad VN, quam MIZ ad ZK, sed propter helicem ita est MIZ ad ZB, vt MIV ad VN maiorem igitur proportionem habet MIZ ad ZB, quam ad ZK, quare maior est ZB, quam ZK, ac propterea punctum B basi propinquius existit, quam K, atq; ita ostendetur omnia puncta helicis XBN propinquiora esse basi, quam puncta ellipsis PKN, ex quibus constat helicis portionem GBN basi propinquiorem esse, quam helicis portio GKN.

Quòd autem helix non occurrat amplius ellipsi, perducatur helix ex N, vt NY, & si fieri potest ellipsi occurrat in puncto Y, cylindriq; latus ducatur Y9. Quoniam enim circunferentia MI9 maior est circunferentia MIV, & punctum Y in ellipsi existit, latus VN maius erit 9Y, habebitq; propterea MI9 ad 9Y maiorem proportionem, quam MIV ad VN, sed propter helicem sicut MI9 ad 9Y, ita est MIV ad VN, ergo MI9 ad eandem AY, & maiorem habet proportionē, quam MIV ad VN, & eandem, quam MIV ad VN, quod fieri non potest. Non igitur helix ellipsi amplius occurrere potest, quæ quidem demonstrare oportebat.

PROPOSITIO X.

Ijsdem positis, dico portionem GAM helicis medietate minorem existere.

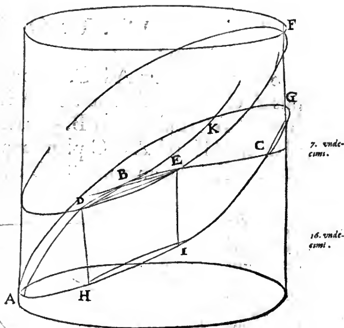
Si enim (si fieri potest) GAM esset medietas helicis, fiat helicis portio GBN æqualis portioni GAM, nimirum ellipsis helicem quoque secabit in N ex præcedenti. Sed quoniam GAM est helicis medietas, erit MAGBN integra helix, quare puncta MN sunt in eodem cylindri latere. At verò sunt quoq; puncta MN in ellipsi; ergo puncta MN (cùm sint in eodem cylindri latere) sūt vnum punctum, helixq; propterea sibi ipsi occurreret, quod fieri non potest, quod demonstrare oportebat.



PROPOSITIO XI.

Sit in cylindro helix ABC, quam secent duæ ellipses parallelæ ACG DEF; quæ sint plano cylindri per axem ducto AF erectæ, sitq; helix ABC medietate minor. Diuidaturq; helix DBE bifariam in B, iungaturq; BE. Dico BC perductam plano ACG occurrere.

Ducãtur cylindri latera DH EI, iunganturq; DE HI. Quoniã igitur DH EI sunt parallelę, erunt DE HI in plano per DH EI ducto, at verò quoniam ellipsium plana secãtur plano DE IH, erũt DE HI sectiones cõmunes interse parallelę. Vnde BE nõ est ipsi HI parallela, & quoniam plana DEF ACG



7. vndecimi.

16. vndecimi.

sunt parallela, lineaq; BE occurrit plano DEF, eadem BE plano quoque ACG occurret, quod demonstrare oportebat.

Eodemq; modo patet ductam lineam BD plano ACG occurrere.

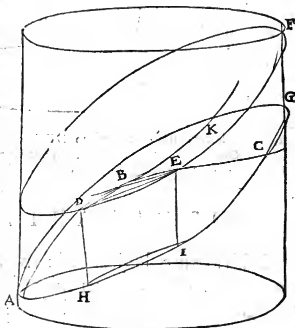
COROLLARIVM.

Ex his facilè colligitur helicem BA æqualem esse ipsi BC. Propter enim plana DEF ACG parallela, & propter helicis regularitatem in cylindro, quæ vbicunq; eodem modo se habet, secabitur helix, ita vt pars DA sit æqualis EC, quòd cùm sit BD æqualis BE, erit BA æqualis BC.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Sit ſimiliter helix ABC, cui occurrat ellipſis ACG in duobus punctis AC, diuidaturq; ABC bifariam in B, ducaturq; per B planum BK ipſi ACG plano æquidiſtans. Dico BK helicem in puncto B contingere.



Si fieri poteſt, planum BK helici quoque occurrat in E, iungaturq; BE; deinde fiat helix BD æqualis BE, ductaque DE, cõſtat ex præcedẽti lineam BE plano ACG occurrere. Verum quoniam puncta BE ſunt in plano BK plano ACG parallelo, lineaigiturquoque BE erit plano ACG parallela, quæ quidem eſſe non poſſunt; ſiquidem BE cum ACG concurrere, & non concurrere, fieri non poteſt, planum ergo BK helicem contingit in B, quod demonſtrare oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Sit in cochlea helix ABC, in qua duo vbicunque ſumantur A C, iungaturque A C, ducaturque cylindri latus C K, iungaturq; A K; helicis verò portio ABC biſariam diuidatur in B, & inter AB vtcumq; ſumatur punctum D, & fiat BE æqualis BD, iungaturque DE, diuidanturq; rectæ AC DE biſariam in OP, connectaturque BP PO. Dico BPO rectam lineam eſſe, & non ſolùm ipſis AC DE perpendicularem, verum etiam plano ACK erectam eſſe. 43.huius. 45.huius.

Sit AGK baſis, ſit circulus baſi æquidiſtans, cylindriq; latera ducatur DF BG EH, & iungatur FH, deinde à puncto D baſi æquidiſtáti ducatur circulus DIL, qui cylindri latera BG EH ſecet in IL, connectaturq; DL. Quoniam enim portiones helicis, & baſis inter cylindri latera exiſtentes in eadem ſunt proportione; 38.huius. erit AB ad ABC, vt AG ad AGK, & vt DB ad DBE, ita DI ad DIL, ſed AB 40.huius. dimidia eſt ipſius ABC, & DB dimidia DBE; ergo AG dimidia eſt AGK, & DI dimidia eſt DIL. Quoniam autem ita eſt AG ad GB, vt AGK ad KC, erit permutando AG ad AGK, vt 38 huius. 16. quinti

K GB ad

GB ad KC, quare GB dimidia est KC, similiter, quoniam DI est ad IB, vt DIL ad
4. huius. LE, & permutando ergo erit IB dimidia LE. Cæterum quia ita est
1. Cor. 38 huius. DB ad BE, vt FG ad GH, erit CF æqualis GH, sed GA est æqualis GK, linea igitur FH ipsi AK est æquidistans. Itaque cùm sit planum ACK
18. vndecimi. basi AGK erectum (siquidem cylindri latus CK per quod planum transit basi est perpendiculare,) sitque similiter ob latera DF EH planum FDEH eidem basi AGK erectum, sũt verò planorum, & basis communes sectiones FH AK parallelæ; er-
Ex 16. vndecimi. go & plana FDEH ACK sunt inuicem parallela. At verò quoniam circulus DIL est circulo AGK æquidistans, erit planum FDEH, hoc est DEL circulo DIL erectum. Iraque diuidantur rectæ AK DL bifariam in MN, iunganturq; MO NP, quoniam igitur AC
Ex 2. sexti. AK bifariam sunt diuisæ in OM, erit OM ipsi CK æquidistans, similiter quoniam DE DL sunt bifariam diuisæ in PN; erit PN æquidistans EL, & quoniam latus CK est basi erectum, erit OM
8. 6. vndecimi. basi erecta, ac propterea ipsi quoque BG æquidistans, parique ratione ostendetur NP æquidistantem esse BI, connectantur autem GM IN, quoniam igitur, ita est AM ad MO, vt AK ad KC, permutando erit AM ad AK, vt MO ad KC, est autem AM dimidia AK, ergo MO dimidia est KC, at verò GB dimidia est quoque KC, erit igitur MO æqualis GB, sed ambæ GB MO
33. primi. sunt inter se parallelæ; ergo ducta linea BO erit ipsi GM æqualis, & æquidistans. Cùm autem sint, basis AGK, planumq; ACK inuicem
Ex 3. tertij. erecta, & est GM in plano basis, & planorum communi sectioni AK perpendicularis (cùm linea GM in circuli centrum tendat) erit GM
Ex 38. vndecimi. plano ACK erecta, sed ducta BO est GM æquidistans; erit igitur BO plano ACK erecta. Eademque ratione quoniam NP dimidia
8. vndecimi. est LE (cùm sit DN ad DL, vt NP ad LE) erit NP ipsi BI æqualis, sed est etiam NP ipsi BI æquidistans, erit igitur ducta BP æquidistans IN, sed quoniam plana DEL, & circulus DIL sunt erecta, & est IN in circulo DIL, estque communi sectioni DL perpen-
8. vndecimi. dicularis, erit IN plano DEL perpendicularis, quare BP plano DEL

est

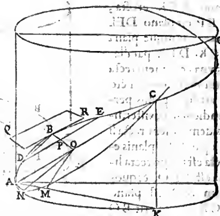
est erecta. At verò quoniam ducta BO est plano ACK erecta, & BP est plano DEL erecta, suntque plana ACK DEL parallela; vna, & eadem recta linea ab eodem puncto B vtrisque planis perpendicularis existet, siquidem eadem recta linea parallelis planis erecta est; ergo recta linea est BPO, & quoniam BO est plano ACK erecta, erit BO ipsi AC perpendicularis, similitèr quoniam BP est plano DEL erecta, erit BP ipsi DE perpendicularis, quod demonstrare oportebat.

Ex 14. vndecimi.

PROPOSITIO XIV.

In cochlea sit helix ABC, sitque parallelogrammum per axem AG, cui ad rectos angulos sit planum ANC; quod quidem helici occurrat vbicunque in punctis, vt AC, helix verò ABC bifariam diuidatur in B, & per B ducatur planum QR plano ANC æquidistans. Dico planum QR helici non occurrere nisi in puncto B.

Si enim (si fieri potest) planum QR ipsi ANC æquidistans occurrat helici in puncto etiam E, iungatur BE, quæ quidem cum sit intra cylindrum, helicem secabit in punctis BE; quòd cùm sint puncta EB, in plano QR ipsi ANC æquidistante; erit linea BE plano ANC æquidistans. Fiat BD æqualis BE, iunganturque DE AC, deinde ducatur cylindri latus CK, iungaturque AK, lineæ verò DE AC bifariam diuidantur in PO. Ducaturque BPO, quæ quidem, ex ijs, quæ antea ostensa sunt, recta linea est; & est non solum ipsis DE AC perpendicularis, sed plano ACK etiam erecta. Quare linea DE plano ACK æquidistans existit. Itaque in plano ACK per punctum O ducatur OS æquidistans PE; erit vtiq; OS in plano BPE, siquidem lineæ PE OS OPB in vno sunt plano, in quo est quoque linea BE, & quoniam linea BE occurrit ipsi PE, eadem BE ipsi quoq; OS occurret. Vnde necesse est, BE plano quoque ANC occurrere, quod fieri non potest, sequitur enim lineam BE plano ANC parallelam non esse, vt suppositum fuit. Non ergo planum QR helici occurrit, nisi in B, quod demonstrare oportebat.



Ex præcedenti.

Ex præcedenti.

7. vndecimi.
2. vndecimi.

COROLLARIVM.

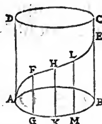
Ex hoc patet planum QR helicē in puncto B contingere, quod quidem planum, in superficie cylindri erit ellipsis.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Data cochlea orizonti erecta, infimum helicis punctum est helicis initium; supremum verò alterum terminum.

Data sit cochlea orizonti erecta ABCD, quæ helicem habeat AE; erit vtique basis ABG orizonti æquidistans; itaque constat infimum punctum esse initium A, cùm semper helix ex A sursum tendat, ductis enim cylindri lateribus FG HK LM, maior est semper HK, quàm FG, & LM, quàm HK, ex quibus sequitur alterum helicis terminum E supremum existere, quod demonstrare oportebat.

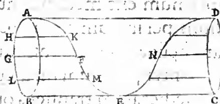


2. Cor. 38. primi huius.

PROPOSITIO XVI.

Data cochlea orizonti æquidistans, infimũ helicis locum est in inferiori linea parallelogrammi per axem ducti, orizontique erecti; supremum verò in linea superiori.

Sit cochlea orizonti æquidistans, sitque parallelogrammum per axem, orizontiq; erectũ ABCD, sitq; helix AE. Dico infimum punctum esse E in linea BC, supremum verò A in linea AD. Quoniam enim parallelogrammum AC est orizonti erectum, erunt lineæ AD BC orizonti parallelæ, ex quibus constat helicem ex A vsque ad E descendere, ductis enim lateribus cylindri, latus quidem FG propinquius est ipsi BE, quam KH, & LM propinquius, quam GF, & ita in alijs. Ob eandemque causam si helix perduceretur in ND, ex E in D semper ascendet. Infimum ergo locum est in linea BC, supremum verò in linea AD, quod demonstrare oportebat.



CO-

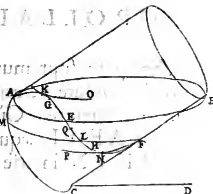
COROLLARIVM.

Ex hoc manifestum est in hac cochlea plura dari posse puncta infima, pluraq; suprema. Infima enim sunt ea, quæ in linea BC reperiuntur, suprema verò, quæ in linea AD existunt; cochlea scilicet plures helices habente.

PROPOSITIO XVII.

Si in cochlea, orizonti inclinata helicis initium fuerit sublimius, quam medietatis punctum; dimidia verò helix in quatuor sit æquales partes diuisa; huius dimidiæ helicis supremum punctū erit in prima quatuor partium; infimum verò erit in postrema, punctumque supremum erit medium inter initium, & vbi ellipsis per initium transiens orizonti æquidistans helicem secat; infimum verò erit medium inter punctum medietatis, & vbi ellipsis per medietatem transiens orizonti æquidistās helicem secuerit.

Sit A B cochlea, sitque orizon C D, inclinatio autem sit B C D, existente A B parallelogrammo per axem orizonti erecto, sitq; dimidia helix A E F, punctumque A sit sublimius, quam helicis medietas F. Diuidatur helix A E F in quatuor æquales partes, quarum prima sit A G, postrema verò F H. (Diuidetur enim helix in quatuor partes, primum diuidendo bifariam in Q, deinde bifariam in G H.) Deinde sit A B E ellipsis orizonti æquidistás; quæ helicem secet in E, secabit enim, quia cùm sit pũctum A sublimius, quam F, puncta verò A B æqualiter ab orizonte distant, erit B sublimius, quã F, propterea punctum F est inter B C. Diuidatur helix A E bifariam in K. Rursum sit ellipsis F L M orizonti æquidistans, quæ helicem secet in L, sitq; punctum N helicis medium inter L F. Dico huius medietatis helicis A E F punctum K supremũ esse, & inter A G existere, N verò esse pũctum infimum, & inter L F reperiri. Ducatur per K planum K O plano A E B æquidistans; similiter per N ducatur ellipsis N P, quæ sit F L M æquidistans, porrò ellipses A B E F L M, planaque K O P N parallelogrammo A B per axem erecta erunt, & orizonti parallela, planaq; K O P N helicem contingent in punctis K N. Quoniam igitur planum K O est orizonti æquidistans, omnia helicis puncta erunt orizonti propinquiora, quam punctum K, siquidem planum K O contingit helicem in K, vnde sequitur punctum K esse omnium supremũ, similiter quoniam planum P N est orizonti æquidistans, omnia helicis puncta erunt sublimiora, quam punctum N, vnde punctum N est omnium infimum. Quoniam autẽ punctum F est inter B C, ellipsis A B E helicem secabit in prima helicis quarta A Q, quæ est medietas helicis A F, quare erit helix A K E minor, quam quarta; similiter quoniam ellipsis F L M helicem secat ex contraria parte, veluti ellipsis A E B, ita scilicet, vt helix F N L sit æqualis helici A K E; erit F L minor, quam helicis quarta F Q. At verò quoniam helicis portiones A E F L sunt minores helicis quarta, & earum medietates A K F N minores erunt, quam A G F H, punctum ergo K est inter A G, & N inter F H, punctum igitur supremum K, & infimum N in cochlea reperiuntur, vt dictum est, quod demonstrare oportebat.



43. primi huius. *Ex 5. huius.* *12. secundi huius.* *5. huius.* *2. Cor. primi huius.*

CO-

COROLLARIVM I.

Ex hoc patet ſupremum punctum, ita ab initio helicis diſtare, veluti punctum infimum à puncto medietatis. Cùm enim ſint helicis portiones AE FL æquales, & harum dimidiæ AK FN interſe æquales erunt.

COROLLARIVM II.

Ex his perſpicuum eſt etiam, quando helicis initium ſuperius eſt quàm medietas, punctum ſupremum vbicunque eſſe poſſe inter AG: infimum verò vbicunq; inter FL. Ellipſis enim ABE helicem ſecare poteſt vbicunque in AQ, vt oſtenſum eſt; ex quo ſequitur punctum K vbicunque eſſe poſſe inter AG, ſed non in G, quia G eſt medium ipſius AQ, ellipſisq; per punctum Q tranſire nõ poteſt, quoniam neceſſe eſt, punctum F eſſe inter BC, quæ quidem ex quinta huius propoſitione patent, quod idem de puncto N dicetur.

PROPOSITIO XVIII.

Si cochlea ita inclinata fuerit, vt initium, punctumque dimidiæ helicis sint orizonti æqualiter distantia, huius dimidiæ helicis punctum supremum erit medium primæ quartæ, infimum verò medium secundæ.

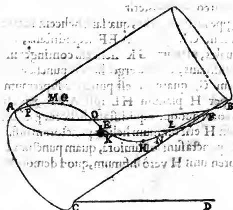
Sit AB cochlea, orizonque sit CD, helix verò dimidia sit AEF; sintque puncta AF orizonti æqualiter distantia, sintq; AE EF helicis quartæ, sitq; punctum G medium inter AE, H verò sit medium inter EF. Dico dimidiæ helicis AEF punctum G supremum esse, infimum verò esse H. Ducatur per puncta AF planum AFE, orizonti æquidistans, erit quippe sectio ellipsis, quæ sanè helicem secabit in E. Ducaturq; per G planum GK plano AEF æquidistans, & quoniam AG GE sunt æquales, planum GK helicem continget in G, & est GK orizonti æquidistans, omnia ergo helicis puncta erunt orizonti propinquiora, quam G, quare G est punctum supremum, eodemque modo ducatur per H planum HL ipsi AEF æquidistans, quod quidem erit orizonti quoque æquidistans, helicemq; continget in H, nimirum punctum H erit omnium helicis punctorum infimum, siquidem omnia helicis puncta sunt sublimiora, quam punctum H. Quare punctum G est supremum; H verò infimum, quod demonstrare oportebat. 4. huius. 12. secun. di huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc perſpicuum eſt punctũ ſupremum æqualiter ab initio diſtare, veluti punctum infimum à medietate.

PROPOSITIO XIX.

Si in cochlea inclinata punctum dimidiæ helicis fuerit ſublimius, quam eius initium, ellipſis verò orizonti æquidiſtans per initium tranſiens helicem ſecuerit, huius medietatis helicis punctum ſupremum erit medium inter initium, & primum ſectionis punctum; infimum verò erit medium inter ſectiones, & ſi helicis medietas fuerit in quatuor partes diuiſa, ſupremum punctum erit in parte ſecunda, infimum verò in tertia.



In cochlea AB inclinata in angulo BCD ſit dimidia helix AEB, ſed ſit punctum B dimidiæ helicis ſublimius quam A, ellipſis verò AKF per initium tranſiens, orizontique æquidiſtans helicem ſecet in punctis KL, ſitque helix AEB in quatuor æquales partes diuiſa in punctis MN quarum ſecunda ſit EM, tertia verò EN, ſit autem punctum G medium inter AGK, & H medium inter KHL. Dico pun-

Ex 6.huius.

punctum supremum esse G, infimum verò H, & G esse inter ME, & H inter EN. Primum enim patet ellipsim AKF helicem secare in duobus punctis KL in quarta EB existentibus: si igitur intelligantur plana per GH transeuntia ellipsi AKF æquidistantia eodemmodo, vt in superioribus ostendetur punctum G esse punctum supremum, & H infimum, & quoniam AGK maior est, quam quarta AE, erit & medietas AG maior AM, quare G erit inter ME. Ducatur autem ellipsis BOP ipsi AKF æquidistans, quæ orizonti fanè æquidistans erit, & quoniam BOP helicem similiter secat ex contraria parte, quam efficit AKF, erit helix BHO æqualis AGK, & BHOP æqualis AGKL, Quoniam igitur planum per H ipsi BOP æquidistans helicem contingit, erit BH æqualis HO, & quoniam BHO maior est, quam quarta BHE, erit & BH maior, quam BN, vnde punctum H inter EN existit. Punctum igitur, & c. quod demonstrare oportebat.

6. huius. *1. huius & Cor.* *Ex 12. secundi huius.*

COROLLARIVM I.

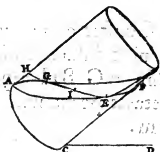
Constat ex hoc ita supremum punctum ab initio distare, vt infimum à medietate. Sunt enim AG BH æquales, quoniam sunt medietates portionum AGK BHO æqualium.

COROLLARIVM II.

Ex his manifestum est etiam, in his punctum supremum vbicunque esse posse inter EM, infimum verò vbicunque inter EN.

PROPOSITIO XX.

Si in cochlea inclinata punctum dimidiæ helicis fuerit sublimius, quam eius initium, ellipsis verò orizonti æquidistans per initium transiens helicem contigerit, helixque dimidia sit in tres æquales partes diuisa; huius medietatis helicis duo erunt puncta sublimia; nempè punctum medietatis, atque terminus primæ tertiæ partis, duoque erunt puncta infima, scilicet initium, ac terminus partis secundæ.



Sit similiter cochlea AB, cuius inclinatio sit BCD, sitq; dimidia helix AGEB sitq; B sublimius quam A; helixque AEB in tres æquales partes diuidatur; ellipsis verò per A transiens orizontique æquidistans helicem cõtingat. Dico B, ac terminum primæ tertię partis esse puncta suprema, A verò, terminumq; secundæ partis puncta esse infima, sit ellipsis AEF, quæ sit orizonti æquidistans; quæ etiam contingat helicem in E. Rursus altera ducatur ellipsis BGH helici AEF æquidistans, quæ helicem continget, vt in G, sitque AI helicis quarta, & quoniam AEF helicem contingit, contactus erit in quarta IB, & quoniam ellipsis BGH similiter ex contraria parte helicem contingit, vt ellipsis AEF; erit punctum G inter AI, & AGE æqualis erit BEG. At verò quoniam planum BGH helicem in puncto G contingit, & est ipsi AEF æquidistans, erit punctum G medium portionis AGE, parique ratione, quoniam planum AEF helicem in puncto E contingit, & est plano BGH æquidistans, erit punctum E medium portionis BEG, puncta ergo GE helicem diuidunt in tria æqualia, vnde tres helicis portiones AG GE EB inter se sunt æquales, & quoniam ellipsis BGH est orizonti æquidistans;

45. primi huius.

Cor. 1. huius.

7. huius.

Ex 1. huius.

Ex 12. secundi huius.

erunt

erunt puncta GB æqualiter ab orizonte distantia, veluti quoque A E; sed similiter ostendetur; vt in præcedentibus punctum G, esse supremum,& E infimum; ergo BG duo erunt puncta suprema,& A E duo infima,& G terminus est primæ tertiæ partis, E verò terminus secundæ, quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc liquet supremum punctum G ab initio A æqualiter distare, vt punctum infimum E ab helicis medietate B.

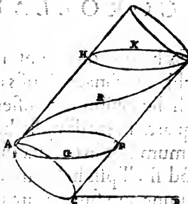
COROLLARIVM II.

Ex his quæ dicta sunt, manifestum est, si in cochlea inclinata ellipsis orizonti æquidistans per helicis initium transiens helicem secuerit in quarta parte dimidiæ helicis, punctum supremum esse in octaua dimidię helicis parte, quòd si ellipsis helicem secuerit in tertia parte, punctum supremum esse in sexta, & ita in alijs, quod idem intelligendum est de puncto infimo.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si in cochlea inclinata punctum dimidię helicis fuerit sublimius, quam eius initium, ellipsis autem per initium transiens orizontique ęquidistans helici non occurrerit; huius helicis dimidię punctum supremum erit helicis medietas, infimum verò initium.



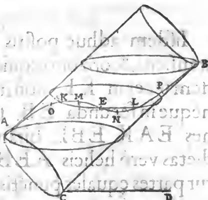
Sit in cochlea inclinata helix AEB, sitq; B sublimius, quam A, ellipsis verò AFG orizonti ęquidistans helici nō occurrat. Dico supremum pūctum esse B, A verò infimum. Ducatur per B ellipsis BHK ipsi AFG æquidistans, quoniam enim AFG helici non occurrit, neque BHK helici occurret, quare omnia puncta helicis erunt orizonti propinquiora, quam B, omniaq; superiora, quam A; ergo punctum B supremum est, & A infimum, quod demonstrare oportebat.

Cor. 1. huius.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Iisdem positis; sit AE helicis quarta, si adhuc ellipsis KEL per E transiens, orizontiq; æquidistans dimidiam helicem AEB secuerit in KL, diuidantur EK EL bifariam in M N, fueritq; helix AEB in quatuor partes æquales diuisa punctis OEP. Dico punctorum helicis, qui sunt inter KMENL punctum M esse supremum, & N infimum, atque M esse in secunda parte OE, punctum verò N in tertia EP.



Cùm enim ellipsis KEL secet helicē in punctis KEL, erunt puncta KL hinc inde æqualiter ab E distantia, nimirum helix KE erit æqualis ipsi EL, si igitur cōcipiamus plana per M N ducta, ellipsique KEL parallela, eadem prorsus ratione, vt in superioribus ostendetur punctum M punctorum omnium, quę sunt in KME supremum existere, (8. huius.) punctorum verò, quæ sunt in ENL punctum N, esse infimum, & quoniam ellipsis KEL helicem secat inter AE & EB, erit EMK minor, quam EMA, & horum dimidia, nempè EM minor erit, quam EMO, quare punctum M est inter EO. Similiter quoniam ENL minor est, quam ENB, erit & EN minor, quam ENP, quare punctum N est inter EP, quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

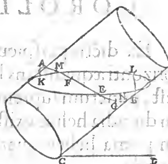
Ex hoc manifestũ est huiusmodi punctum supremum tam ab initio distare, veluti punctum infimum à medietate. Cùm enim sint helicis quartæ æquales, sintq; EMK ENL æquales, erunt AK LB æquales, sunt verò KM LN æquales, ergo AM BN interse sunt æquales.

PROPOSITIO XXIII.

Iisdem adhuc positis ellipsis verò per E transiens, & orizonti ęquidistans helicem quidem secet in KL, non in prima quarta AE, neque in secunda EB, si diuidantur portiones EAK EBL bifariam in MN, medietas verò helicis AEB in quatuor diuidatur partes ęquales punctis FG. Dico M esse punctum supremum, & inter AF existere, punctum verò N esse infimum, & in GB reperiri.

Quoniam

Quoniam enim ellipsis helicem secat in punctis K E L, erunt helicis portiones E A K E B L interse æquales, punctaque K E L orizonti erunt æqualiter distantia, sunt enim in ellipsi orizonti æquidistante; si igitur per M N plana concipiamus ellipsi, & orizonti parallela, quę helicem contingent, eodem modo, (vt antea) ostendetur punctum M esse supremum, & N infimum, omnia. n. helicis puncta sunt orizonti propinquiora, quã M & sublimiora, quam N. At verò quoniam helicis portio E A K minor est, quã helicis medietas, portio E M minor erit, quam quarta, ac propterea punctum M est inter A E, parique ratione ostendetur punctum N esse in quarta E B, & quoniam punctum M supremum, & infimum N esse non possunt in punctis F G, quia tunc ellipsis helicem secaret in punctis A E B, neque esse possunt inter E F E G, quia ellipsis secaret helicem in quartis A E E B, quod non ponitur, ergo punctum M erit inter A F, & N inter G B, quod demonstrare oportebat.



9. huius.

12. secun di huius.

10. huius.

16. huius.

17. 20. huius.

COROLLARIVM I

Ex hoc patet punctum supremum M tam à puncto A distare, quam N à puncto B, veluti etiam æqualiter ab E distare. Cùm enim E M K E N L sint æquales, & harum dimidiæ E M E N æquales erunt interse, quia cùm sint quartę E A E B ęquales, erunt & M A N B æquales.

COROLLARIVM II.

Ex dictis perspicuum est quando ellipsis orizonti æquidistans helicem secat, vt dictum est, punctum supremum, & infimum semper in dimidia helice existere; supremumque esse in prima helicis quarta; infimum verò in secunda.

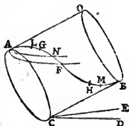
COROLLARIVM III.

Ex ijs etiam, quæ dicta sunt, vniuersaliter constat in præfatis cochleis suprema puncta æqualiter ab initijs helicium distare, veluti puncta infima ab earum medietatibus.

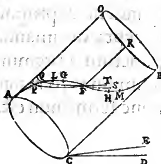
PROPOSITIO XXIV.

Quò magis fuerit inclinata cochlea, eò punctum supremum erit propinquius initio, infimum verò medietati. Oportet autem, vt ellipses orizonti æquidistantes, siue per initium, siue per quartam helicis transeuntes ipsam posſint helicem dispescere.

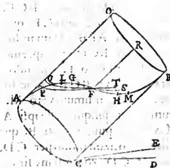
Habeat



Habeat cochlea A B inclinationem modò, vt B C D, modò vt B C E, sitq; inclinata magis in angulo B C E, quam vt B C D, sitque helix A F B, & quando cochlea est inclinata, vt B C D, sit supremum punctum G, infimum verò H, quando autem inclinata fuerit, vt B C E, tunc sit supremum punctum L, infimum verò M. Dico punctum L propinquius esse ipsi A, quam G, M verò propinquius ipsi B, quam H. Intelligatur orizon modò per C D, modò per C E transiens, orizontique per C D æquidistans sit ellipsis A F, quæ primùm transeat per initium A, orizonti verò per C E sit similiter æquidistans ellipsis A N, sitque A C B O parallelogrammum per axem orizonti erectum. Quoniam enim C B A O sunt parallelæ; planaque per C D A F, & per C E A N sunt parallela; linea A O æquales constituet angulos cum ellipsibus, veluti C B cum orizontibus C D, C E. Quare maiorem constituet angulum A O cum ellipsi A F, quam cum ellipsi A N, siquidem angulus B C D maior est angulo B C E, ex quibus sequitur ellipsim A F maiorem helicis portionem abscindere, quam ellipsis A N, vt scilicet maior sit helicis portio A G F, quam A L N, & quoniam G est punctum supremum, quando cochlea est inclinata, vt B C D, erit punctum G (ex antea demonstratis) medium inter A G F, ob eandemque causam punctum L est medium inter A L N. At verò quoniam maior est A G F, quam A L N, erit & horum dimidia, nempe A G, maior, quam A L, vnde constat punctum L propinquius esse ipsi A, quam G, quòd cùm infima puncta æqualiter distent ab helicis medietate; veluti puncta suprema ab initio; erit igitur punctum M ipsi B propinquius, quam H.



Quòd si (vt in 2. figura,) ellipses orizonti æquidistantes ducantur per punctum F, sitque A F quarta helicis, ellipsisq; P F T sit æquidistans orizonti per C D, ellipsis verò Q F S sit æquidistãs orizonti per C E. Ducatur cylindri latus F R. Eodem modo ostendetur maiorem esse angulum, quem R F efficit cum ellipsi F S, quam cum ellipsi F T, quare ad alteram ellipsium partem, maior erit angulus, quem constituit R F cum ellipsi F P, quam cum F Q, vnde ellipsis F P maiorem helicis



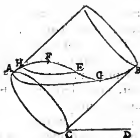
portionem abſcindet, quam ellipſis F Q, quare maior eſt helicis portio F L P, quam F G Q, & horum dimidia, maior nempè eſt F L, quam F G, ſiquidem F L dimidia eſt F L P, & F G dimidia F G Q, quapropter punctum L eſt propinquius ipſi A, quam G, vnde & M ipſi B propinquius exiſtet; quam H. Quò igitur cochlea magis eſt inclinata, eò punctum ſupremum propinquius eſt helicis initio; infimum verò medietati, quod demonſtrare oportebat.

COROLLARIVM.

Ex ijs, quę dicta ſunt, manifeſtum eſt, quādo ita inclinata eſt cochlea, vt in dimidia helice reperiantur puncta ſuprema, & infima; ſuprema vbicunque eſſe poſſe in prima helicis quarta; infima verò ſimiliter vbicunque in ſecunda helicis quarta, neutra tamen in puncto quartæ. Patet quidem corollarium à decimaquinta huius propoſitione, vſque adhuc, ſed excepta decimanona propoſitione, in qua punctum ſupremum eſt in medietate helicis, infimum verò in initio, de quibus ſanè punctis nunc ſermo non eſt.

Cæte-

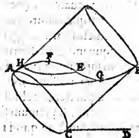
Cæterum quamuis hęc ex ijs, quę dicta sunt, perspicua sint; attamen ad exquisitam dictorum intelligentiam nonnulla aliquo indigent discrimine. Nam punctum supremum, veluti etiam infimum duplici possunt accipi ratione; nempè simpliciter, & absolutè, vel secundum quid, supremum simpliciter, intelligitur punctum, quod sit omnium helicis punctorum supremum (nunc de punctis in medietate tantùm helicis existentibus loquimur) supremum verò secundum quid, intelligitur punctum, quod sit nõnullorum tantummodò punctorum supremum; idemque intelligi debet de puncto infimo. Idcirco ponatur quarta helicis A E, helixque A E B in tres diuidatur æquales partes A F F G G B. Quando igitur supremum punctum accipitur per absolutè simpliciterq; supremũ, tunc oportet vt supremum sit in aliquo puncto portionis A F, at non in puncto F; nam quando punctum F est supremum, tunc ellipses ex A B orizonti æquidistantes helicem contingunt in G F, & in hoc casu duo sunt puncta F B suprema; quare F est supremum secundum quid, cùm non sit omnium punctorum helicis A E B, absolutè supremum, cùm reperiatur B supremum vt F. At verò quando ellipsis ex A orizonti æquidistans helicem secat, tunc ipsam necessariò secabit inter A G; siquidem ellipsis A G helicem contingit, ac propterea supremum punctum erit inter A F, eritque simpliciter supremum, quia omnium helicis A E B punctorum supremum existet, vt patet in 13.14.15. huius. 44. primi huius. Ex 17. huius.



Cæterum quando ellipsis ex A orizonti æquidistans helicem non secat; ellipsis verò per E transiens orizontiq; æquidistans helicem secet, tunc facta F H æquali F E, dico primum ellipsim ex E helicem secare inter H E; nam quando ellipsis ex A helicem contingit, vt dictum est, continget in G, atque tunc ellipsis per E transiens helicem secabit in H, quia cum ambæ ellipses sint orizonti æquidistantes, necesse est, vt punctum supremum F sit medium inter helicis puncta A G, & medium inter H E, vt ex ijs, quæ antea dicta sunt, manifestum est. Itaq; si ellipsis ex A orizonti æquidistans helici non occurrerit, ellipsis verò ex E dictæ ellipsi æquidistans helicem secuerit; necessariò eam secabit inter H E, vnde & punctum supremum erit inter F E, & quò maior fuerit inclinationis angulus B C D, eò ellipsis per E orizonti æquidistans minorem helicis portionem abscindet, quare, & eò magis, eius medietas, hoc est punctum supremum puncto E accedet, ac per consequens punctum infimum æquali distantia propinquius erit puncto E, atq; hoc Ex 17. huius.

pun-

punctum supremum non est absolutè, simpliciterque supremum, quia non est omnium punctorum helicis AEB supremum; siquidem supremum omnium est B; ideo est supremum secundum quid, idest punctorum tantùm illorum est supremum, quæ sunt in helice existente inter ellipsim per E transeuntem, orizontique æquidistantem.



Eodemque prorsus modo (vt dictum est) punctum infimum duobus modis accipi potest; nam ellipsis per B transiens, vel secat, vel contingit helicem, vel ipsi non occurrit; sitque quomodocunq; tunc quando punctum infimum erit inter GB, erit absolutè, simpliciterq; infimum, quia erit omnium helicis AEB punctorum infimum, quando autem punctum infimum erit in G, vel inter EG, tunc erit infimum secundum quid, quia non est omnium helicis punctorum, hæc autem omnia ex ijs, quæ dicta sunt, perspicua sunt.

PROPOSITIO XXV.

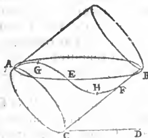
PROBLEMA.

Data cochlea puncta suprema, & infima, nec non helicis portiones ascēdentes, descendentesque in dimidia helice inuenire. Si data cochlea fuerit orizonti erecta, tunc helicis initium est punctum infimum, punctum verò medietatis est supremum; vnde ab initio helix deinceps sursum tendit semper. Quod si fuerit cochlea orizonti æquidistans, punctum supremum erit helicis initium; infimum verò medietas; intelligendo hanc helicis medietatem

13.huius. 14.huius.

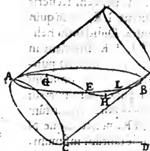
tem

tem esse in parallelogrammo per axem ducto, orizontique erecto, hoc namq; modo helix ab initio vsq; ad medietatem semper deorsum tendit.



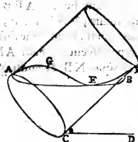
Sit autem cochlea AB inclinata in angulo BCD, helixq; sit AEF, ducatur per A planum orizonti æquidistans, quod in cylindro faciat ellipsim ABE: primùm quidem considerandum est, an ellipsis ABE, vel helicem secet, vel contingat, nec nè. Nam si ellipsis helicem in vno tantùm puncto secat, vt in E: Diuidatur helix AE bifariam in G, erit vtique G punctum supremum, deinde fiat FH æqualis AG; erit sanè H punctum infimum, helix igitur ex A vsque ad G ascendit, ex G vsque ad H descendit, rursus ex H vsque ad F ascendit.

43. primi huius. 15. huius. 45. primi huius.



Hoc idem fiet, si ellipsis adhuc helicem secuerit in duobus punctis EL, vt in 2. figura. Diuidatur enim helix AE bifariam in G, erit quidem G punctum supremum, factaque FH æquali AG, erit H punctum infimum, vnde constat helicem AG rursum, GH deorsum, & HB sursum tendere.

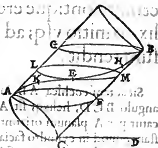
17. huius.



Si verò ellipsis helicem contigerit in E, vt in 3. figura, eodem modo diuidatur helix AE bifariam in G, erit vtique G punctum supremum, & E infimum, helixque propterea AG sursum, GE deorsum, & EB sursum tendit. In hac autem cochleę inclinatione, puncta GF sunt suprema, & AE infima.

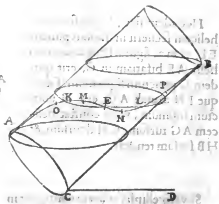
18. huius.

Præ-



Præterea si, vt in 4. figura fuerit cochlea AB, helixque AEB ellipsis verò per A orizonti æquidistans ducta helici non occurrat, proculdubio punctum A erit infimum, B verò supremum.

Cęterum quantum ad portiones helicis ascendentes, descendentesq; animaduertendum est (existente AE quarta helicis) an ellipsis per E transiens; orizontiq; æquidistans helicem amplius secuerit, nec nè, quòd si non dispescat, nisi in E, sumantur inter EB EA quæuis puncta HK, liquet enim punctum H esse orizonti propius, quam B, & E, quam H, atque K, quam E; deniq; A, quam K, è conuerso autem ex A vsque ad B, helix igitur ex A vsque ad B semper ascendit, quare B punctum supremum, scilicet existit, & A infimum.



Quod si ellipsis per E transiens helicem secuerit in punctis LK, vt in quinta figura. Diuidantur helices EL EK bifariam in MN, erit quidem M punctum supremum, omnium tamen punctorum, quæ sũt in helicis portione tantùm NEMK, punctumque N eorundẽ tantùm infimum. Quocirca in hoc casu, quãuis punctum B sit omnium punctorum helicis AEB supremum, & A infimum, non tamen (vt proximè dictum est) eueniet, vt helix ex A vsque ad B semper ascendat; nam AM ascendit quidem, sed MN descendit, rursusque NB ascendit, quæ quidem omnia inuenire oportebat.

43. primi huius.

20. huius.

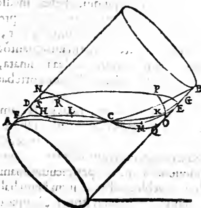
PRO-

PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

Rursum puncta suprema, & infima, portionesque ascendentes, descendentesq; sola ellipsi per quartam helicis transeunte inuenire.

Sit AB cochlea inclinata, helix ACB, cuius quarta sit AC. Ducatur per C planum orizonti æquidistans, quod in cylindro efficiat ellipsim DEC, oportet supremum punctum, & infimũ, nec non portiones ascendentes, descendentesque inuenire. Primùm vt antea considerandum est, an ellipsis DEC secet helicem, nec nè, quòd si non secat, erit A punctum infimum, & B supremum; helixque ab A vsque ad B semper ascendet, vt proximè dictum est. Si verò ellipsis helicem secat, fueritq; helix, vt FCG, quam ellipsis secet in HK, eodem modo diuidantur helicis portiones CH CK bifariam in LM, erit vtique punctum L supremum, & M infimum; helixque AH ascendet, HM descendet, & MB ascendet. Quod si fuerit helix, vt NCO, cuius quarta sit NC, ellipsis verò DEC helicem NCO, neque in prima, neque in secunda quarta dispescat, perducatur helix ex NO vsque ad ellipsim in SP. Diuidanturque eodem modo helices SNC COP bifariam in RQ, erit R punctum supremum, & Q infimum, vnde helicis portio SNR ascendit, & RCQ descendit, & QOP rursus ascendit, & hoc modo ellipsi tantùm DEC, puncta suprema, infimaque insuper portiones ascendentes, descendentesque inuenire poterimus, quę quidem omnia prout ellipsis, vel primam helicis medietatem, vel ad alteram partem secat, inuenientur, vt ex vigesima, & vigesimaprima huius propositione colligere licet, quod demonstrare oportebat.



Marginal notes: 20. huius. — 43. prim. huius. 21. huius.

PROPOSITIO XXVII.

Quò cochlea magis fuerit inclinata, eò maior helicis portio deorsum tendet.

Ex vigesimasecunda huius propositione patet, quò magis fuerit inclinata cochlea, eò punctum supremum esse propinquius helicis initio, infimum verò propinquius helicis medietati, inter quæ helicis portio descendit, sed quò magis punctum supremum ab infimo distat, eò maior helicis portio inter ipsa intercipitur, distant verò (vt dictum est) puncta suprema, & infima magis, quantò magis fuerit inclinata cochlea; ergo quò magis fuerit cochlea inclinata, eò maior helicis portio deorsum tendet, quod demonstrare oportebat.

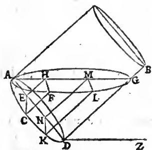
Cæterum quoniam animus perfectam alicuius rei cognitionem perquirens, aliquando in eius tantùm speculatione, nunquam acquiescit; cùm ea præcipuè pertractantur, quæ ad suos effectus perducendos ad praxim reducuntur, nisi ad ipsam quoque peruenitur praxim, & quamuis vsque adhuc nil nisi perspicuum, manifestumque dictum sit, quia verò huius cochleę instrumentum suum habet effectum attollendi aquam, quæ quidem ad praxim attinet; cùmque eorum nonnulla ante dicta difficulter perfici posse alicui fortasse videri possint, idcirco his quoq; occurrere oportunum nobis visum est. Nam quamuis in cylindro nonunquam ipsius cylindri latera, helices, circulos basi æquidistantes; aliquando autem rectam lineam datæ helicis portioni, vel circunferentiæ datæ, & è contra æqualem, aliaque huiusmodi describere oporteat; hęc tamen (vt rei natura expostulat) rectangulo triangulo in cylindro applicato facili negotio assequi possunt; siquidem omnia describuntur, fiuntq; in cylindro recto; veluti multoties in superioribus actum est. At verò quoniam aliquando in cylindro ellipsim describere oportet, quæ etiam sit nonnunquam orizonti æquidistans; hoc certè non sine aliqua difficultate videtur posse describi, neque enim assequi posse facilè videatur, mathematico more paucis præcipiendo, nempè, in cylindro recto inclinato, ducto plano orizonti æquidistante describatur ellipsis; nam quò ad praxim attinet, res quidem aliter se habet; quoniam neque planum illud duci potest; ita vt statim in cylindro materia constante sit ellipsis descripta, cùm in superficie tantùm cylindri operari semper oporteat. Quapropter vt pro viribus omnia reddantur facilia, antequam vlteriùs progrediamur, ad praxim parumper sermonem conuertemus, quandoquidem

dem in hoc cochleæ instrumento ad hoc potissimum spectat praxis, vt cochleæ inclinatæ puncta helicis suprema, & infima inuenire valeamus, propterea primum problema describendi ellipsim in superficie cylindri inclinati, quæ sit orizonti, hoc est subiecto plano æquidistans, aggrediemur, per punctaque problema absoluemus; quo cognito suprema, infimaque præfata puncta ex superiùs dictis inuenire, haud erit difficile, quæ quidem quò ad actum attollendi aquam hoc instrumento summopere conducent, vt in ijs, quæ sunt dicenda, perspicuum erit.

PROPOSITIO XXVIII.

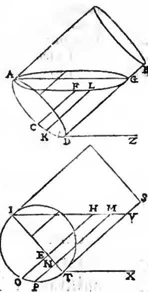
PROBLEMA.

In dato cylindro recto inclinato per datum punctum ellipsim, quæ sit subiecto plano equidistans describere.



Antequam ad praxim perueniamus, nonnulla repetenda sunt, quæ in primo libro propositione vigesimaquarta, demonstrata fuere; nempè sit cylindrus AB basim habens ACD, qui sit inclinatus ad planum per DZ ductum in angulo BDZ, sitque cylindrus sectus plano per axem, vt AB, quod sit plano per DZ erecto; deinde per punctum A altero sit quoq; sectus plano AGL, quod ellipsim efficiat AGL plano per DZ parallelo, quæ vtique plano AB erit erecta. Iungantur AD AG, diametri nempè circuli, & ellipsis; ducanturque vtcunque cylindri latera CF KL, & à punctis CF KL ad AB perpendiculares ducantur CE FH KN LM, quæ in AD AG cadent, iunganturque EH NM, constat CF æqualem esse EH, & KL ipsi NM, vt etiam in propositione præfata manifestum est. *Cor. 26. primi huius. 18. vnde cimi.*

PRAXIS.



Sit cylindrus AB, qui plano per DZ ducto sit inclinatus in dato angulo BDZ. Datumque sit punctum A, oportet in cylindro ellipsim per A describere, quæ sit plano per DZ ducto æquidistans. Intelligatur AB parallelogrammum per axem plano per DZ erectum, seorsumque exponatur parallelogrammum IS, quod sit æquale ipsi AB parallelogrammo ducaturque linea TX, quæ constituat angulũ XTS angulo BDZ æqualem, deinde ducatur IV ipsi TX æquidistans, & circa IT circulus describatur ITO, qui quidem cylindri basi erit æqualis, & in hoc circulo, qui pro basi accipiatur, in circunferentiaque quotcunque, & vbicunque sumantur puncta OP, à quibus ad IT perpendiculares ducantur OE PN, rursusque inuentis punctis EN, intelligatur planum esse parallelogrammum per axem, & AB ipsis EN vsq; ad lineam IV perpendiculares eidem IT ducantur, EH NM, quòd sanè fiet producendo OE PN. Deinde in basi cylindri fiat AC æqualis IO, & AK æqualis IP, atque in cylindro ducantur latera CF KL, fiatq; CF æquale EH, & KL æquale NM, fiatque latus DG ipsi TV æquale, ex hac itaque constructione primum liquet puncta AFLG in ellipsi esse; ellipsimque esse plano per AB ducto erectam: iungantur AG, erit hæc maior diameter ellipsis, & quoniam DG est ipsi TV æqualis, erit vtique AG ipsi DZ æquidistans, veluti est IV æquidistans TX. Cum itaque sit ellipsis per AFLG plano AB erecta; eidemque plano AB est quoque planum per DZ erectum, planorum verò communes sectiones AG DZ sunt interse parallelæ; erit igitur ellipsis per AFLG plano per DZ ducto æquidistans. Plura itaq; alia in superficie cylindri puncta eodem inuenientur modo, per quæ ellipsis describatur, factum erit, quod propositum fuerat.

Neque est prætereundum, si punctum A datum fuerit extra basim, tunc per illud punctum ducatur circulus basi æquidistans, cæteraq; eodem modo fiant.

CO-

COROLLARIVM.

Ex his constat, quam sit facillimum ellipsim describere, quæ non sit subiecto plano ęquidistās. Quamuis autem ex his perspicuum sit praxi satis prouisum esse; siquidem ex ellipsis descriptione, in cylindro, per facile sit puncta helicis suprema, & infima per ea, quæ dicta sunt, inuenire; ob maiorem tamen operandi facilitatem, nonnulla nobis adhuc visum est apponere, quibus etiam omnia præfata suprema, infimaque puncta alio quoque modo organicè faciliùs inuenire poterimus, quod vt assequatur praxis, omnes in plano perfici planè poterunt, neq; opus erit materiali cochlea, & in actu, verum sat erit, eius dimensiones esse notas, priùs tamen pauca quædam; tanquam necessaria præmittemus.

PROPOSITIO XXIX.

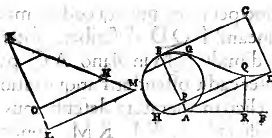
Data cochlea, vbi à punctis helicis in planum per axem ductum; orizontique erectum perpendiculares cadunt inueni re.

Sit ABCD cochlea helicem habens BED, quæ ſit primum helicis dimidia, ſitque AC parallelogrammum per axem ad orizontem erectum, cuius, & orizontis ſit communis ſectio AF. Inuenire oportet, vbi (exempli gratia) à puncto E in planum AC perpendicularis cadit. Ducatur cylindri latus EH, quod quidem ipſis BC AD erit æquidiſtans. Deinceps à puncto H ad AC planum perpendicularis
31. undecimi. ducatur HP, quæ in AB cadet, & à puncto P in plano AC ipſis BC AD æquidiſtans ducatur PQ; quæ fiat æqualis HE, connectaturq; EQ. Quoniam igitur PQ BC ſunt parallelæ, & EH BC itidem parallelæ (ſunt quippe cylindri latera) erit PQ ipſi EH æqui-
9. undecimi. diſtans, ſed eſt ipſi quoque æqualis; ergo EQ HP interſe ſunt æqua-
33. primi. les, & parallelæ. Quoniam autem HP plano AC eſt erecta, erit & EQ plano AC erecta. Inuentum eſt igitur punctum Q vbi cadit perpendicularis à puncto E in helice exiſtente, & ita fiet in alijs, quod facere oportebat.

Ob praxim ex demonſtratis colligi poteſt, ſi fiat triangulum rectangulum KLM rectum habens angulum ad L, quod reſpondeat ipſi BAD, facta quidem MN æquali DE, punctum N puncto helicis reſpondere, à quo in planum AC perpendicularis cadit in Q, vnde ducta NO ipſi LM parallela, erit vtiq; NO æqualis EH. OL verò circunferentiæ AH æqualis, quæ quidem omnia ſunt manifeſta, poſito triangulo KLM in BAD, congruet enim NO cum EH.

PRA-

PRAXIS.



Ex hac demonstratione possumus totam operationem in vno, & eodem plano absque cochlea absoluere, dummodo ipsius cochleæ notæ sint mensuræ.

Exponatur enim datæ cochleæ notum ABCD parallelogrammum per axem; quod quidem intelligatur ad orizontem erectum, cuius & orizontis sit communis sectio AF, & circa BA describatur circulus ABH, qui quidem erit basi cochleæ æqualis. Intelligaturque initium helicis esse in B, medietas verò in D pertingere. Itaque seorsum exponatur triangulum KLM, rectum habens angulum ad L, & sit KL semicirculo BHA æqualis, & LM æqualis AD, & in KM vbicunque sumatur punctum N. Intelligaturque in helice esse punctum, quod respondeat puncto N, à quo in planum AC perpendicularis ducenda sit, ducatur NO ipsi LM æquidistans, & in circulo fiat AH æqualis LO. Intelligaturque nunc planum ABH esse basis, ducaturq; HP ad AB perpendicularis, nunc autem intelligatur planum AC esse planum per axem, ducaturque PQ ad AB perpendicularis, quę fiat ęqualis ipsi ON, erit vtique ex demonstratis punctum Q, vbi cadit perpendicularis a puncto helicis in N respondente in planum AC, eodemque modo fiet in alijs punctis, quod demonstrare oportebat.

CO-

COROLLARIVM.

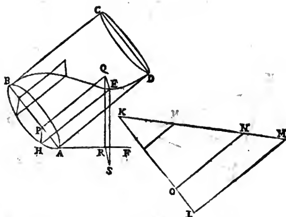
Ex hoc per plura puncta eodem modo inuenta lineam BQD describere poterimus, quę vbi dimidia helix in plano AC perpendiculariter cadit, ostendet. Parique ratione alteram helicis medietatem describemus, perductis scilicet lineis KL KM, donec KL producta, fuerit perimetro cylindri æqualis, cæteraq; eodem prorsus modo fiant; sed nunc helicis medietas tantùm satis est.

PROPOSITIO XXX.

PROBLEMA.

Data cochlea cuiuslibet in helice dati puncti altitudinem supra orizontem inuenire.

Ijsdem



Ijſdem poſitis, ducatur à puncto Q ad AF perpendicularis QR. Dico QR altitudinem puncti E oſtendere. Ducatur ES ad orizontem perpendicularis. Quoniam enim planum AC, eſt orizonti erectum; lineaque QR eſt in plano AC cuius, & orizontis communis ſectio eſt AF, erit QR orizonti erecta, deinde iungatur RS, quæ quidem erit in orizonte. Quoniam autem EQ eſt plano AC erecta, planum AC eſt orizonti erectum, erit EQ orizonti æquidiſtans, quare erit EQRS parallelogrammum, eritque QR ipſi ES æqualis, ſed linea ES altitudo puncti E ſupra orizontem exiſtit; ergo & QR eiuſdem puncti E ſupra orizontem altitudinem oſtendet, inuenta eſt igitur QR altitudo puncti E ſupra orizontem, quod facere oportebat. *Ex 38. vndecimi.*

PRAXIS.

Iisdem similiter constructis, & inuentis, ducatur QR ad AF perpẽdicularis linea sanè QR altitudinem supra orizontem puncti helicis ipsi N respondentis ostendet, quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est, si in plano AC supra lineam AF punctum G fuerit sublimius puncto Q, & in helice punctum, quod perpendiculariter respondet ipsi G sublimius esse supra orizontem puncto helicis ipsi Q perpendiculariter respondente.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Dato parallelogrammo per axem cylindri ducto, in quo sit linea, vbi helix perpendiculariter cadit, & in hac linea quoduis punctum sumatur; in helice punctum inuenire, à quo perpendicularis cadit in assumptum punctum.

Sit ABCD parallelogrammum per axem in quo sit linea BQD, quæ sit, vbi cadit helix perpendiculariter in planum AC, sumaturque in BQD quoduis punctum Q, punctum in helice inuenire oportet, a quo in planum AC perpendicularis cadat in Q. Describatur circa BA circulus ABH, qui erit æqualis basi cylindri. Deinceps triangulum exponatur KLM rectum habens angulum ad L, sitque KL æqualis semicirculo AHB, & LM æqualis AD, à puncto autem Q ad AB perpendicularis ducatur QP, rursus à P ad AB ducatur perpendicularis PH, quod fiet perducendo QP. Fiatque KO æqualis circunferentiæ BH, ducaturq; ON æquidistans LM, punctum in helice respondens ipsi N erit illud, à quo in AC perpendicularis cadit in Q. Si enim intelligatur circulus BHA esse plano AC erectus; intelligaturque cylindrus, ponaturq; K in B, & L in A, & M in D; punctum quidem O congruet cum H, & punctum N erit in helice, & erit illud, à quo in AC perpendicularis ducta cadit in Q, quæ quidem omnia ex ijs, quæ in vigesimaquinta huius demonstrata sunt, apparent manifesta, quod facere oportebat.

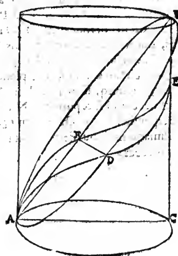
PROPOSITIO XXXII.

Sit cochlea AB, helix verò ADE, sitque ellipsis ABD parallelogrammo AB erecta; quæ helicem secet in D. Describatur linea AFE, vbi scilicet perpendiculariter cadit helix ADE in plano AB, in quo ducatur etiam ellipsis diameter AB. Dico perpendicularem à puncto D in planum AB ductam in eo puncto cadere, vbi diameter AB lineam AFE dispescit.

Cor. 25. huius.

Ducatur DF ad planum AB perpendicularis, quæ per constructionem in linea AFE cadet, siquidem omnia helicis puncta in ipsam cadunt, & quoniam punctum D est in ellipsi, ellipsis verò est plano AB erecta, ergo perpendicularis à puncto D in planum AB ducta cadet in diametro AB, quia diameter est communis sectio plani AB & ellipsis, ac propterea cadet vbi diameter AB lineaq; AFE se inuicem secant, vt in F, quod demonstrare oporrebat.

38. vndecimi.



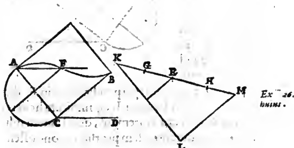
COROLLARIVM.

Ex hoc perſpicuè apparet, eo modo, quo ellipſis ſe habet ad helicem, ita & ellipſis diametrum ſe habere ad lineam AFE. Hoc eſt ſi ellipſis helicem ſecuerit, & ellipſis diametrum lineam AFE ſecare, quòd ſi ellipſis helicem contigerit, & rectam AFB lineam AFE contingere, & huiuſmodi.

PROPOSITIO XXXIII.

PROBLEMA.

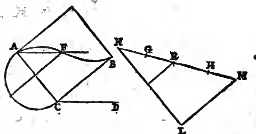
Data cochlea, ſupremum, infimumq; dimidiæ helicis punctum organicè inuenire. Ne eadem ſępiùs repetantur, quando cochlea eſt orizonti erecta, & quando eſt ipſi ęquidiſtans, vbi ſunt puncta ſuprema, & infima iam in 10. & 11. huius dictum eſt.



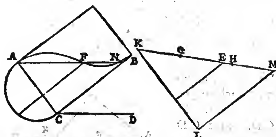
Ex 26. huius.

Intelligatur autem cochlea inclinata, cuius inclinatio ſit BCD, ſitque CD linea orizontalis; deſcribatur parallelogrammum AB per axem ductum, quod quidem intelligatur orizonti erectum, in quo deſcribatur linea AFB, quæ oſtendat, vbi dimidia helix in planum AB perpendiculariter cadit, & à puncto A ipſi CD æquidiſtans linea ducatur AF,

quæ

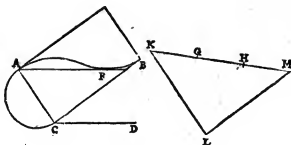


quę primum secet lineam A F B in F, rectamq; A F, siue in B pertingat, siue non, eodem operabitur modo, Quocirca existente triangulo KLM, vt antea in praxi 22. huius dictum est, inuento-
22. huius. que in ipso puncto E, quod respondeat puncto helicis, à quo perpendicularis ducta in planum AB cadit in F, diuidatur K E bifariam in G, fiatq; MH æqualis KG. Dico punctum G in helice respondere puncto supremo; H verò puncto infimo. Intelligatur enim circa parallelogrammum AB cylindrus, & helix, & quoniam linea recta AF lineam AFB secat in
Ex praecedenti. F, ellipsis quoque per A transiens, orizontiq; æquidistans helicem secabit in puncto ipsi E respondēte, & quoniam punctum G est medium inter KE, si in cylindro intelligatur K in A, L in C, & M in B; punctum G in helice erit medium inter initium, & punctum E, ergo
15. huius. G erit punctum supremum, & quoniam HM est æqualis KG, punctum H in helice ostendet punctum infimum.



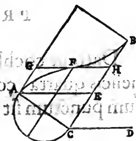
Idem prorsus fiet si recta linea A F, lineā A F B adhuc secuerit in duobus pūctis F,N, vt in 2. figura. Inuento enim
28. huius. puncto E in triāgulo, quod respōdeat puncto helicis, à quo cadit perpendicularis in F, diuisaque KE bifariam in G, factaque MH æquali KG, nimirum helicis punctum, quod respon-
16. det puncto G, erit supremūm, quod autem ipsi H respondet, erit infimum, quæ quidem eadem prorsus ratione ostendentur.

Si



Si verò ducta A F ipsi C D æquidistans lineam A F B contigerit, vt in 3. figura, eodem modo fieri poterit operatio. Vel & expeditius, diuidatur K M in tres æquales partes punctis G H, erit helicis punctum ipsi G respondens punctum supremum, quod autem ipsi H respondet erit infimum. Etenim in cylindro ellipsis per A transiens, orizontique æquidistans ducta helicem continget, vnde punctum supremum, est terminus tertiæ partis helicis, & infimum secūdæ; ergo id, quod in helice respondet G, erit supremum, quod verò respondet H erit infimum, neque prætereundum est in hoc casu punctum B esse quoque supremum, & A infimum. *17. huius.* *Cor. 27. huius.*

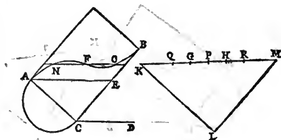
Cæterum si linea ex A ipsi C D æquidistans lineam A F B minimè secuerit, vt in 4. figura efficit A E, tunc patet punctum A esse infimum, B verò supremum. *18. huius.*



At verò (vt in secunda quoque diximus) considerandum est; inuento puncto F, vbi cadit perpendicularis à puncto quartæ helicis in planum A B, si ab F ducatur linea G F H ipsis A E C D æquidistans, an linea G H lineam A F B secet in alijs punctis, quam F, quòd si non secat, signum est, quòd in helice omnia puncta ex B versus A sunt alterum altero inferiora; quoniam & ellipsis orizonti æquidistans per A transiens helici non occurret, ellipsis verò per quartam helicis transiens, orizontiq; æquidistans helicem non secabit, nisi in puncto quartæ. *Ex Cor. præcedentis.*

Quòd

Quòd si, (vt in quinta figura,) linea per F ducta ipsi AE parallela lineam AFB secuerit in punctis NO, inueniantur in triangulo puncta PQR, ita vt perpendicularis ab helicis



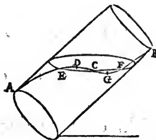
26.huius. puncto ipsi P respondente cadat in F, quod verò respondet puncto Q, cadat in N, & quod ipsi R respondet, cadat in O, seceturque PQ bifariam in G, & PR bifariam in H, erit helicis punctum ipsi G respondens punctum supremum illorum punctorum, quæ sunt inter helicis puncta, quæ respondent punctis QR, punctum verò helicis, quod respondet puncto H est dictorum punctorum infimum, quæ quidem inuenire oportebat. *19.huius.*

PROPOSITIO XXXIV.

PROBLEMA.

Dato in cochlea quouis puncto in prima helicis quarta, cochleam ita inclinare, vt datum punctum sit punctum supremum.

In cochlea AB sit helix ACB, cuius sit prima quarta AC, in qua quoduis sumatur punctũ D, cochleam ita inclinare oportet, vt punctum D sit punctum supremum. Fiat DE æqualis DC, ducaturq; per EC planum, quod in cylindro sit ellipsis ECF; itaq; cõstituatur ellipsis ECF orizonti æquidistans, tunc punctum D erit punctum supremum, cochlea igitur inclinata est vt propositum fuerat, quod facere oportebat.



Ex 23.24 huius.

Nouisse oportet, si helix ACB fuerit diuisa in tres partes æquales, punctumque supremum vbicunq; fuerit in prima parte, vt in E, tunc facta ED æquali EA, si per AD ducta fuerit ellipsis quę orizonti ęquidistans constituta fuerit, tunc erit punctum E supremum, cochleaq; erit inclinata vt quæritur. Ex 23. huius.

PROPOSITIO XXXV.

PROBLEMA.

Dato puncto in secunda helicis quarta cochleam ita inclinare, vt datum punctum sit infimum.

Eodem enim modo, si datum fuerit punctum G, fiat GF æqualis GC, ducaturque ellipsis ECF, quæ orizonti æquidistans constituatur, erit G punctum infimum, cochleaq; erit inclinata, vt propositum fuit, quod facere oportebat. Ex 23. & 24. huius.

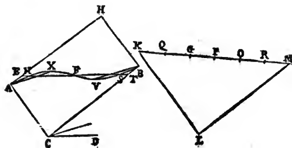
Similiter si helix in tres partes fuisset diuisa, essetque punctum infimum vbicunque in tertia parte, vt in F, facta FG æquali FB, & per BG ducta ellipsi, quæ constituatur orizonti æquidistans, F erit punctum infimum, cochleaque inclinata erit, vt proponebatur. Et 23. huius.

Hæc ad praxim quoque reducentur hoc modo.

PROPOSITIO XXXVI.

PROBLEMA.

In cochlea dato puncto in prima helicis quarta, angulum inclinationis cochleæ ad orizontem, vt datum punctum sit punctum supremum, organicè inuenire.



Exponatur cylindri parallelogrammum per axem AB. Fiatq; triangulum KLM rectangulum, ita vt KM in cochlea dimidiam helicem describat, diuidaturque KM bifariam in P, quod quidem puncto quartæ helicis respondebit, & inter KB sumatur, quod vis punctum G. Angulum inclinationis cochleæ inuenire oportet, ita vt in helice punctum ipsi G respondens, sit punctum supremum. Fiat GQ æqua-
27.huius. lis GP, & in plano AB inueniantur puncta FN, vbi nempè cadunt perpendiculares à punctis helicis, quæ ipsis PQ respondent, ducaturque recta FNE. Dico FEH esse angulum inclinationis cochleæ quæsitum. Ducta enim à puncto C linea CD ipsi EF parallela, in
Cor. 27. huius. planoque AB linea describatur ANFB, vbi cadit helix perpendiculariter, cùm igitur sint CD EF, & CB EH parallelæ, erit angu-
Ex 10. vn decimi. lus BCD angulo HEF æqualis; si itaque intelligatur CD orizon,

&

& in linea ANFB inueniatur punctum X ipsi G respondens, existente linea NF orizonti æquidistante, punctum in helice, à quo cadit perpendicularis in X, erit punctum supremum, quod quidem punctum respondet ipsi G, angulus igitur FEH, est angulus inclinationis cochleæ quæsitus. 27. huius. 31. huius.

Est verò aduertendum, quòd si facta GQ ipsi GP æquali, fuerit punctum Q extra PK, tunc fiet hoc modo, nempè oporteat inuenire angulum inclinationis cochleæ, ita vt punctum in helice respondens puncto Q esse debeat punctum supremum, tunc fiat QG æqualis QK, inueniaturque in AB, vbi cadit perpendicularis ab helicis puncto ipsi G respondente, sitque punctum X; tunc ducta recta AX, erit ob eandem rationem HAX inclinationis angulus cochleæ, ita vt punctum respondens ipsi Q. sit punctum supremum, quod eodem prorsus modo demonstrabitur, quod facere oportebat.

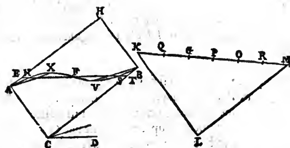
PROPOSITIO XXXVII.

PROBLEMA.

Dato puncto in secunda helicis quarta, angulum inclinationis cochleæ ad orizontem, vt datum punctum sit punctum infimum, organicè inuenire.

Eodem modo si datum fuerit punctum in helice ipsi O respondens, quod quidem esse debeat punctum infimum. Fiat OR æqualis OP, in planoque AB inuentis punctis FS, vbi cadunt perpendiculares à punctis helicis ipsis PR respondentibus; ducta FST, erit FTC angulus cochleæ inclinationis quæsitus, punctumq; in helice ipsi O respondens erit punctum infimum. 27. huius. Ex 31. huius.

Quòd si facta OR, maior esset OM, veluti si punctum infimum esse deberet id, quod respondet ipsi R, fiat RO æqualis RM, & in AB inueniatur punctum V, vbi scilicet cadit perpendicularis à puncto 27. huius.



Ex 31. huius. hèlicis ipsi O respondente, ductaque BV, erit VBC angulus inclinationis cochleæ, in qua punctum, quod ipsi R respondet, erit punctum infimum, quæ quidem eodem prorsus modo ostendentur, quod facere oportebat.

Finis Secundi Libri.

GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS, DE COCHLEA.

Liber Tertius.



CVM in cochlea ex superioribus dictis cognita iam sint puncta suprema, & infima in helice existentia, ex quibus helicis portiones ascendentes, descendentesque notæ redduntur; nunc de motu aquæ in helice, de potentia in manubrio, de tempore, & huiusmodi alijs differendum, oportunum videtur, vt quomodo descendendo aqua sursum perueniat, tandem cognitum eluceat.

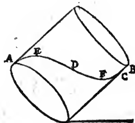
PROPOSITIO I.

PROBLEMA.

Datæ cochleæ inclinationem inuenire, ita vt aqua super helicem fluere possit.

Sit cochlea AB, helix verò sit AC, cochleæ AB inclinationem inuenire oportet, vt aqua super helicem fluere possit. Fiat helicis quarta AD, in qua quoduis sumatur punctum E; cochleaq; ita constituatur, vt E sit punctum supremum. Fiatque CF æqualis AE, erit vtique punctum F infimũ, ex quibus perspicuum est, aquam ex E vsq; ad F super helicem EDF fluere posse, cùm à supremo ad infimum locum moueatur, quod inuenire oportebat.

32.34. secundi huius. 41. primi huius. 3. Cor. secundi huius.



24. primi huius.

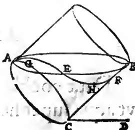
Idem problema, veluti etiam sequens, initio quoque proposuimus, ac demonstrauimus, attamen in his exactiores, magisque ex proprijs sunt demonstrationes.

PROPOSITIO II.

Dato cylindro inclinato, in ipso helicem construere, vt aqua super ipsam fluere possit.

Sit cylindrus AB inclinatus in angulo BCD, helicem in ipso construere oportet, vt aqua super ipsam fluere possit. Ducatur in cylindro per A ellipsis ABE orizonti æquidistans, in ipsaque vbicunq; alterum sumatur punctum E, & per puncta AE describatur helix AEF. Deinde secetur helix AE bifariam in G. Fiatque FH æqualis AG; cùm sit G punctum supremum, H verò infimum, aqua ex G in H fluet, quod facere oportebat.

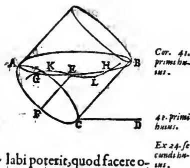
26. secundi huius. 41. primi huius. Ex 23. secundi huius.



ALI-

A L I T E R.

Existente ellipsi A B E orizonti equidistante, fiat A E quarta ellipsis, quod sanè fiet, facta A F circuli quarta, ductoque cylindri latere F E. Deinceps in ellipsi quoduis sumatur punctum G, ita tamen, vt ellipsis portio E G minor sit dimidia ellipsis, ducaturque per puncta E G, helix G E H, helixque G E bifariam diuidatur in H. Fiatque E L æqualis E K, quoniam igitur K est punctum supremum, & L infimum aqua ex K in L labi poterit, quod facere oportebat.



Cor. 41. primi huius.

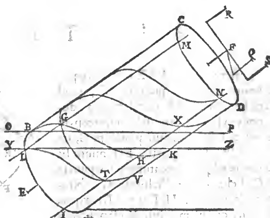
41. primi huius.

Ex 24. secundi huius.

P R O P O S I T I O III.

Data cochlea ita inclinata, vt aqua super helicem fluere posit; aquæ ingressum & egressum, quomodoq; super helices mouetur, & quomodo descendendo ascendit, & quod præstat cochleæ instrumentum notum reddere.

Data



Data sit cochlea ABCD, cuius axis EF, quę quidem helices habeat, quarum prima medietas sit BGHK, sitq; cochlea ita constituta, vt aqua super helicem fluere possit, sit aquę superficies secundū lineam OP orizonti ęquidistans, quod si intelligatur cochleæ basis AB in aqua demersa, vsque ad helicis initium. Infimum, supremumque helicis punctum inueniatur, supremumque punctum sit G; infimum verò sit H, à quibus ipsis AD BC æquidistantes ducantur LGM IHN. Primùm quidem manifestum est, his hoc modo existentibus, aquam in helicem per B nullo modo ingredi posse, cùm sit punctum G sublimius, quam B. Quare intelligatur potentia in Q manubrio, quo circumuerti possit cochlea; dum autem cochlea conuertitur intelligantur lineæ LM IN non quidem & ipsæ quoque conuerti; sed in eodem semper situ permanere. Itaque conuertatur cochlea, non ex Q in R, sed ex Q in S, donec initium helicis, quod erat in B perueniat in L, ita vt helix sit LTV, cuius initium sit in linea LM, & quoniam helix LTV positionem habet, vt GHK; erit similiter in helice LTV supremum punctum L, infimum verò T in linea IN existens, quod quidem manifestum est, quia helix LTV eodem modo se habet circa cylindrum, & ad orizontem, veluti helix GHK, vt clarè intelligitur, si concipiamus cylindrum ex parte basis BA perductum, helicemque LTV vsque ad lineam CB perductam peruenire, vt puta in Y; helix enim hoc modo erit dimidia; veluti quoque dimidia est BGHK, vnde erit LT æqualis GH, cùm sint helices eodem modo similiterque constitutæ. Quocirca, cum eodem modo se habeant in cylindro, & ad orizontem, erit ex dictis punctum L supremum, & T infimum, veluti punctum G in helice BGHK cæteris sublimius existit, & H inferius. Hac itaque ratione, intelligatur cochleæ basis in aqua demersa vsque ad helicis initium L, sitque propterea nunc aquæ superficies YZ, quæ quidem transeat per L, manente igitur hoc modo cochlea, aqua in helicem ingredietur, concipiaturque primum ob maiorem intelligendi facili-

Ex 1. primi huius.

23. 24. 31. secundi huius.

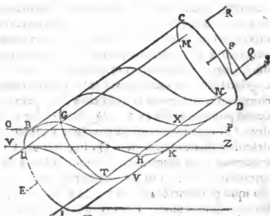
cili-

cilitatem, aquæ tantùm portiunculam ingredi in helicem, quæ quidem ex L mouebitur versus TV, sed quando aqua erit in T, ex sua natura manebit, cùm sit T locus infimus, non enim ex T in V, cùm sit punctum V altius, quam T, neque ex T in L mouebitur, siquidem ex infimo loco in altiorem locum moueretur, quod fieri non potest. Quo cognito si rursus conuertatur cochlea, constat pondus dum cochlea circumuertitur, semper in infima helicis parte permansurum. Quare moueatur potentia rursus ex S in Q, dum autem S mouetur in Q, cylindrus AC circumuertetur, & punctum T circuli circunferentiam TG describet, quare dum S est in Q, fit punctum T in G dùmque hæc ita mouentur, helix situm mutabit eritque in situ GHK, cuius infima pars erit in linea IN, vt in H, ac propterea manente hoc modo cochlea illa aquæ portiuncula in helice GHK in H reperietur, ibique manebit; ergo dum S mouetur in Q, aqua ex T mota erit in H, parique ratione ostendetur quando potentia mota erit, vt in R aquæ pondus motum esse, puta in X, ita vt semper reperiatur in linea IN, & quamquam punctum T sit puncto H inferius, sponte tamen, & ex sui natura ex T in H mouebitur, non quod simpliciter super TH moueatur, sed quoniam dum T peruenit in G, pondus in G manere non potest, quare super helicem GHK mouebitur, donec infimum inueniat helicis locum H. Immo aduertendũ est, dum punctum T mouetur in G, tunc aquam non manere semper in T, donec perueniat in G, ex quo postea descẽdat in H, sed dum punctum T mouetur sursum, tunc statim aqua mouetur ad locum infimum in linea IN existentem, quia statim iuxta helicem LTV alia ipsi contigua succedit, & huic altera, & sic deinceps, ita vt aqua in helice descendendo ferè semper in linea IN reperiatur, atq; ita ex H in X, & ex X in N moueri intelligendum est. Itaque quando aqua hoc motu super helicem perueniet in N; tunc exibit, quoniam N est locus infimus; cùm in linea IN reperiatur. Si igitur concipiamus in qualibet cochleæ integra circulatione, aquam in helicem ingredi; in qualibet quoque circulatione aqua exibit ex N, quare non exibit continuata, quia neque continuata in helicem ingredi potest. Nam dum cochlea voluitur, helicis initium L supra superficiem aquæ reperietur; vt quando erit in B; in quo situ aqua in helicem ingredi nullo modo potest, quod quidem inferiùs exactiùs ostendetur. Quomodo igitur aqua descendendo super helices sursum mouetur, manifestum est.

Est autem summoperè considerandum, quòd nisi aqua descenderet, vt dictum est, neque sursum quoque magis, ac magis semper ascenderet. Nam si dum voluitur cochlea, aqua super helices deorsum non moueretur; igitur supponatur ipsam manere, vt in T, nimirum circuli circunferentiam TG describeret aqua, donec rursus rediret in T, quòd quamuis dùm ex T versus G ferretur, sursum moueretur, attamen dùm voluitur cochlea, ad alteram partem per circunferentiam deorsum moueretur,

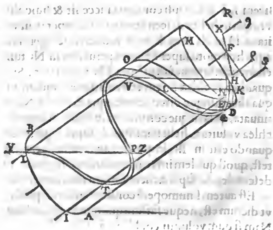
Q retur,

retur, vnde hoc modo aqua in altiorem semper locum magis, ac magis minimè reperiretur, cùm præterea necesse esset vt rediret in T, quod idem contingeret in qualibet completa cochleæ circulatione, ex quibus perspicuum est dum voluitur cochlea aquam sursum magis, ac magis semper moueri, quia deorsum spontè mouetur.

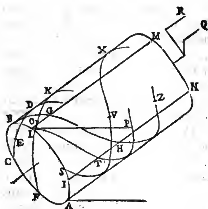


Cęterum quoniam de aquę portiuncula ob maiorem facilitatem verba fecimus; nunc quomodo aquæ quantitas, quam cochlea recipere potest, in hunc ingreditur instrumentum, nec non egreditur, exactiùs perscrutandum est, vt omnia, quæ proposita sunt, perspicua reddantur.

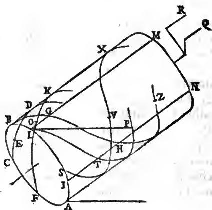
Ijsdem enim positis, sit helix LTPV, &c. quæ suum habeat canalem, sitque in cylindro incisa, vt fieri solet, & quoniam diximus manente cochlea aquam manere in T, quoniã tamen aquæ superficies est secũdum lineam YLPZ orizonti æquidistantem aqua in helice ingredietur, donec impleat totum helicis spacium LTP, quia ex sua natura eius superficies orizonti æquidistans semper manere debet, & quamuis aquæ superficies sit sphærica, cuius centrum est centrum mundi, vt probat Archimedes in libro de ijs, quæ in aqua vehuntur, hanc tamen



men insensibilitatem hoc loco missam facere possumus; siquidem sphæricitatis loco rectitudinem orizonti æquidistantem sumere possumus, cùm ex hoc idem prorsus sequatur. Quocirca verum quidem est, quod dictum fuit, nempe manente cochlea aquam fluere, manereque in T, cùm aqua ex sui natura infimum semper locum petat. At verò quoniam aqua aliam quoq; habet naturam, vt quodammodo æquilibret sese, donec eius superficies orizonti æquidistans permaneat. Ideo quando ingreditur in L, & peruenit descendendo in T, tunc quia aqua semper adhuc ingreditur, mouebitur, donec perueniat ad superficiem YZ in P, atque tunc manebit neq; ampliùs ingredietur, & aqua, quæ in LTP reperitur, cùm maneat, erit aquæ quantitas, quā cochlea in hoc situ collocata recipere potest. Quia verò diximus hoc contingere manente cochlea, propterea primum cōsiderandum est dum voluitur cochlea, quomodo aqua ingreditur.



Itaque (vt in altera figura, in qua sint eadem constructa) patet, dum voluitur cochlea helicis initium circuli circunferentiam describere LBI, qui est basis cochleę, & in integra circulatione completa punctum L in eodem situ redire. Itaque voluatur cochlea ex Q in R, sitque tunc L in B, helixq; positionem habeat BGH. Quoniam igitur helicis initium B est supra superficiem aquæ, porrò aqua in helicem minimè ingredietur. Voluatur autem cochlea, helicisq; initium perueniat in C, helixq; sit CD, nunc si C nondum ad aquam peruenerit, aqua similiter in helicem minùs ingredietur, quòd si C fuerit sub aqua, vt pars helicis, quæ sub aqua reperitur, sit CE; manifestum est aquam in helice esse in CE, neque in helicem amplius aqua fluere poterit; nam flueret versus D, vnde ascenderet, quod fieri non potest. Similiter si voluatur cochlea, helixque perueniat in FK; pars verò helicis sub aqua existens sit FO, erit sanè FO aqua plena, neque aqua versus K fluet, cùm ascendere non possit. Deinde voluatur adhuc cochlea, helixque sit SVX, helicisque pars, quæ sub aqua reperitur, sit SV, erit vtique SV aqua plena, quæ similiter versus X moueri non potest, quia non esset in suo æquilibrio, siquidem punctum V est



in superficie aquæ. Neque enim refert, quòd helicis initium S sit inferius, quam V, namaqua, quæ in SV reperitur, cum reliqua, quæ est extra cochleam est continuata, & secundum aquæ superficiem manere debet. Denique voluatur cochlea, helixque redeat in LTP, tunc erit LTP aqua plena, quod idem rursus in qualibet circulatione cõtinget, ex quibus primum constat, aquam non ingredi semper in helicem continuatè, ac sine intermissione, etenim quando initium helicis ex L mouetur in B, & ex B mouetur vsque ad aquæ superficiem, in hoc tempore aqua in helicem ingredi nullo modo potest. Quando autem helicis initium ingreditur sub aqua, veluti quando est in C, deinde in F S L, tunc liquet aquam in helicem ingredi, semperque maiorem aquæ quantitatem ingredi, donec helix sit in LTP, quia tunc ea pars aquæ, quæ in helicem ingredi potest, ingressa erit, atq; hoc in qualibet circulatione completa contingit.

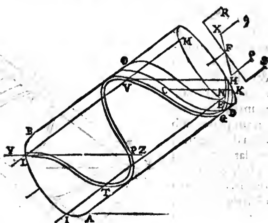
Dùm verò iterum atq; iterum aqua hoc modo in helicem ingreditur, aqua quæ in LTP reperitur, super helicem permeabit, vt dictum est de aquæ portiuncula, vt scilicet, quando helix ex LTP, dùm voluitur cochlea, positionem habuerit BHZ; tunc aqua super helicem mouendo se, erit in GHZ, nam aqua, dum potest, deorsum tendit, quare tendet in H, quia H est punctum infimum, vt diximus; ex quo puncto hinc inde æquilibrabit sese, donec puncta GZ ab H æqualiter distantia sint orizonti æquidistantia; cùm itaque punctum H sit infimus locus, ita se habebit punctum H, vt punctum T, & HG, vt TL; & HZ, vt TP. Quocirca erit GHZ eodem modo situata, vt LTP; inter quas nulla inest alia differentia, nisi quod LTP inferior est, quam GHZ. Descendendo igitur aqua sursum ascendit, & hic motus fit semper descendẽdo super helices sibi contiguas; nam vt diximus, dum cochlea mouetur helici LTP statim altera succedit helix contigua, & huic altera, & sic deinceps.

Ex his perspicuum est hoc cochleæ instrumentum secundum totum situm non mutate, nihilque aliud efficere, nisi aquæ præbere commoditatem, vt ipsa deorsum flui possit.

Ita-

Itaque ad superiorem figurã redeundo, dum potentia ex S in Q, & in R, & c. mouetur, tunc principium helicis ad alteram partem sub aqua demergetur, paulatimque aqua in helicem ingredietur, quando autẽ helicis initium erit rursus in linea LM, tunc ea quãtitas aquæ, quæ in hac cochlea ingredi potest, in helice ingressa erit, quæ quidem dum voluitur cochlea super helices sibi contiguas descendendo sursum mouebitur, atque rursus per helicis initium aqua in helicem ingredietur, & aqua, quæ prius ingressa erat, sursum adhuc mouebitur, & hoc in infinitũ, si cochlea esset infinita, sed quia terminum habet, aqua sursum permeabit, donec tandem perueniat vsque ad finem helicis, ita vt aqua sit in helice VGH, quæ sit æqualis ipsi LTP, eodemque modo situata, sitq; H finis helicis; V verò sit in linea VH orizonti æquidistans. Hoc igitur modo manente cochlea, aqua ex H nondum egredi incipiet, sed dum voluitur cochlea, helicis finis H circuli circunferentiam describet HKE, quando autem, ac statim punctum H ab hoc situ motum fuerit versus K, tunc illico aqua exibit, itaque voluatur cochlea, moueatque H in K, sitq; helix KDC, linea verò CK sit orizonti æquidistans, tũc erit quidem aqua in portione tantùm CDK, quia reliqua pars aquæ extra cochleam egressa est, dum finis helicis H permeauit ex H vsque ad K. parique ratione dum finis helicis per circunferentiam KDE fertur, semper aqua exibit, donec finis helicis perueniat in E, helixq; positionem habeat EO, tunc enim aqua erit egressa, exireq; desinet, siquidem E est infimum helicis punctum. Quapropter quando H est in tali situ, vt ducta HV sit orizonti æquidistans, sitque helicis portio VGH æqualis portioni LTP, quæ est portio, quæ recipit illam aquæ quantitatem, quæ in hac cochlea hoc modo constituta, recipi potest, tunc aqua ex H exire ferè incipiet, dumque finis helicis ex H circunferentiam KDE describet, semper aqua exibit, donec finis helicis perueniat in E, tunc enim tota aqua, quæ in integra cochleæ circumuolutione erit in helice ingressa, extra cochleam, erit egressa. Et

quoniam in helices aqua continuata non ingreditur, neque extra cochleam continuata exibit.



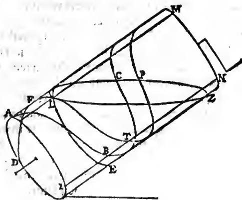
Data igitur cochlea inclinata, ſuper cuius helices aqua fluere poſſit, quomodo aqua in helicem ingreditur, & quomodo ſuper ipſas mouetur, deinde quomodo extra cochleam egreditur, & quomodo aqua ex ſua natura deſcendendo rurſum mouetur, & quid huic motui pręſtat cochleæ inſtrumentum notum, ac perſpicuum eſt, quod demonſtrare oportebat.

Hinc colligere licet, duplam helicis portionem, quæ inter punctum ſupremum, & infimum intercipitur, eſſe eam, quæ ſuſcipere poteſt aquæ quantitatem, quæ ſurſum attolli poteſt.

Si enim intelligatur planum per LP ductum orizonti æquidiſtans, ſitq; alterum planum huic æquidiſtans helicem contingens inter LTP, in contactu erit infimus locus; infimus verò locus eſt T, ergo dictum planum helicem continget in T, eritque propterea LT ipſi TP æqualis, ſiquidem hæc plana ſunt erecta parallelogrammo per axem ducto, orizontique erecto, vnde patet helicis portionem ipſius LT duplam eſſe eam, quæ ſuſcipere poteſt aquæ quantitatem, quæ in helice non ſolùm ingredi; verum etiam quæ ſurſum attolli poteſt.

Ex 11. ſecundi huius.
Ex 12. ſecundi huius.

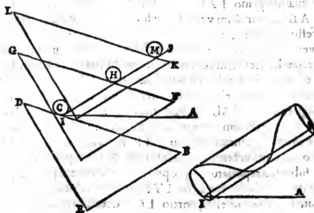
In



In ijs, quæ dicta sunt, ita cochleam accommodauimus, vt aquæ superficies per helicis initium transeat. Nunc autem sit cochlea similiter inclinata, aquæ verò superficies sit secundū LZP, quę in cylindro sectionē faciat ellipsim LZP, (nunc enim aquę superficies plana intelligatur,) sit igitur sub aqua ea pars cochleæ, quæ sub plano LZP reperitur; quæ est pars versus AI, sitque helix ABC, punctum verò C in superficie aquæ. Primum quidem manifestum est helicis portionem ABC esse aqua plenam, cùm sit sub aqua; verumtamen dum voluitur cochlea, tota aqua, quæ in ABC reperitur, per helices sursum minimè permeabit, quia ea tantùm pars attolletur, quæ reperitur in helicis portione à puncto supremo ad punctum infimum dupla, vt si helix positionem habuerit DFLTP, sitq; L punctum supremum in LM; T verò infimum in linea IN, punctum autem P ad superficiem aquæ perueniat, erit vtiq; DFLTP aqua plena, tamen aquæ quantitas, quæ in LTP reperitur, erit ea, quæ sursum descendendo mouebitur, vt dictum est, & quamquam helicis portio LFD sub aqua reperiatur, ac propterea sit aqua etiam plena, hęc tamen aquæ pars, super helicem versus LTP non mouebitur, quia cùm sit L punctum supremum, helicis portio LFC deorsum tendet versus FD. Ducto igitur circulo LE basi æquidistante, erit hoc modo cochlea, ac si LE esset basis, helicis verò initium L.

Neque prætereundum est, ea, quæ diximus de aqua, de ponderibus quoque quibuscunque vera esse intelligi posse, dummodo pondera in helice ingredi, fluereque possint, vt sunt grauia sphæricæ figuræ, quæ super helicem absque impedimento percurrere possint, quibus perspicuè apparebit (vt in prima figura) pondus ex L in T peruenire, ibiq; manere, deinde dum cochlea voluitur, pondus ex T in H, semperq; super lineam fermè IN moueri, donec exeat ex N, veluti de aquæ portiuncula prorsus ostensum est.

Diximus in tractatu de cochlea nostrorum Mechanicorum helicem circa cylindrum esse tanquam cuneum, siue planum orizonti inclinatum, quod quidem, dum pondera vi mouentur, est sanè verissimum, vt ostendimus. At verò quò ad rem nostram spectat, quamuis cochlea sit semper eadem, ad cuneum reduci non potest, quia cuneus vi mouet pondus, in his verò pondus in helicem naturaliter fertur. Praterea neq; nisi impropriè ad planum orizonti inclinatũ redigi posset, quia in his considerantur partes helicis cochleæ inclinatæ, quarum quidem alteram sursum, & alteram deorsum, rursus aliam sursum tendere ostensum est; super quas propterea pondus potest, & non potest moueri, quod quidem non contingit quando cochlea, suaque matrice pondera mouentur, etenim eodem semper modo vi mouentur. Per similitudinem tamen quandam descensus grauium super helicem cochleæ inclinatæ, intelligi fortasse poterit hac ratione, quam quidem afferre voluimus, vt hic motus, quam fieri potest, exactè concipiatur.



Sit orizon per AI, cochlea verò inclinationem habeat ad orizontem angulum AIS, exponatur triangulum BDE rectangulum, ita vt BD sit ea, quæ in cochlea helicem constituat; ponaturq; DB secundum inclinationem helicis ad orizontem, vt initio diximus. Transeatque DB per I, sitque pondus C sphæricum, quod lineas DB IS contingat, ita vt ab ipsis in eo situ vi manere cogatur, quare intelligantur plana per BD IS, concipiaturque IS loco lineæ in cochlea existentis, in qua reperiantur puncta infima, deseruire, ac propterea intelligatur IS semper manere, BD verò sursum moueri, dumq; sursum mouetur seruet BD eandem semper inclinationem ad orizontem;

pun-

punctum vero B lineæ IS semper propiùs accedat, ita vt tandem perueniat in S. His ita positis intelligatur BD moueri, vt dictum est; itaq; quando BD erit in FG, pondus C motum erit in H, quod est intelligendum, vt C semper super IS ferè moueatur, semperque descendat super DB versus B, similiterque dum BD ex situ FG mouetur, & peruenit in KL, pondus ex H in M eodem modo motum esse intelligendum est; quare descendendo per lineam BD peruenit sursum ad S, quod quando B ex K peruentum erit in S, tunc pondus extra IS exibit, atq; ita pondus moueri super helices quodammodo considerari potest; etenim si rem propriè intueamur; primum pondus in cochlea existens in situ IS, (vbi nempe reperiuntur puncta infima) ex suamet natura, & non vi detinetur. Deinde, causa cur in hoc motu pondus C mouetur sursum per lineam IS, non est, quia C mouetur deorsum per DB, sed quia DB sursum fertur; nam si supponatur, C per lineam DB deorsum non moueri, manereque in eo situ, in quo est iuxta D, quia DB sursum mouetur, secumque fert ipsum C, nihilominus pondus C semper magis, ac magis sursum moueretur; nam ipsum iuxta G, deinde iuxta L sursum motum esse perspicuum erit; immo manente hoc modo pondere altiùs attolletur, quam si deorsum per DB, vt dictum est, moueretur. Nam si deorsum moueretur sursum perueniret vsque ad S, vt diximus, quòd si pondus maneret, vsque iuxta L moueretur, quod quidem non contingit motui aquæ in cochlea existenti, sed potius oppositum quandoquidem si aqua maneret, deorsumque non moueretur, neque sursum quoque magis, ac magis semper ascenderet, vt antea ostensum fuit.

PROPOSITIO IV.

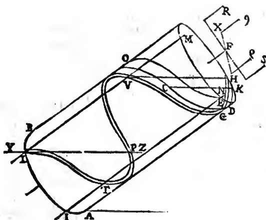
DE POTENTIA.

His cognitis, non erit quidem alienum, si quomodo se habet potētia in manubrio, dum ab ipsa circumuoluitur cochlea, considerauerimus: ac primum ad huiusmodi aquę motum in præcedenti declaratum requiritur, vt motus potentiæ in manubrio non sit velox, quia circulationis cochleæ velocitas aquæ motum

R natu-

naturalem super helices impedire posset. Deinde considerandum est in his non se habere pondus in helicibus, veluti de ponderibus in helicibus motis diximus in tractatu de cochlea nostrorum Mechanicorum; illic enim ostendimus, grauia super helices vi moueri; hoc autem loco, aquã, aliaque pondera non mouentur vi, sed ipsa grauia, dum voluitur cochlea, sponte, & ex sua natura super helices mouentur, vt ostensum est, cùm semper deorsum tendant, quamuis tandem in sublimiori loco, quam ex eo, quo moueri cęperant, mota esse reperiantur. Itaque cùm potentia non moueat aquam super helices vi, ita vt cogatur aqua super helices moueri, ad attollendam aquã non requiretur maior potentia, nisi quantum aqua in helicibus existens suo põdere efficit, vt cochlea sit grauior vnà cũ aqua, quam sine aqua. Vt hoc modo manifestum fiet.

Primũ manere cochlea concipiatur; aqua verò ingrediatur in helicem, vt dictũ eſt, nimirum hic motus aquæ fiet abſq; vlla potentiæ violentia; nam ſi potẽtia in manubrio etiam non exiſteret, nihilominus aqua in helicem eodem modo ingrederetur, quia naturaliter fertur; vnde



vt in vna ſuperiorum figura, ſit aqua ingreſſa in helicis portione L T P; proculdubiò cochlea hoc modo manebit; neque enim efficere poteſt aqua, vt cochlea in hanc, vel illam moueatur partem, cum ſit L P orizonti æquidiſtans. Quare dici poterit, aquam, & omnia, quæ in cochlea exiſtunt, ſimul æqueponderare. Itaque intelligatur manubrium F X orizonti æquidiſtans; ſi igitur minimum quidem pondus ponatur in 9, neceſſe eſt fateri, hoc pondus efficere, vt manubrium X 9 deorſum tendat, vt colligere licet ex tertia ſuppoſitione libri Æqueponderantium Archimedis, cùm ijs quæ æqueponderant adiectum ſit aliquod graue, vbi adiectum eſt deorſum tendet, quod ſi X 9 deorſum tendit, cochlea vtique circumuertetur, & quamuis, quò ad praxim, minimum pondus hoc efficere minimè poſſit; hoc ſanè contingit ob inſtrumenti materiam, quę eſt in cauſa, vt axis in ſuo foramine fricando reſiſtat huic minimo ponderi; vel (quod idem eſt) minimæ potentiæ in manubrio exiſtenti. Quare potentia, quæ axis reſiſtentiam ſuperabit, cochleam conuertet.

Idem autem eodem quoque oſtendetur modo, ſi aqua in pluribus helicibus extiterit, quam in prima tantùm helice, vt diximus. Ex his igitur conſtat, ad auriendam aquam alia non opus eſſe potentia, niſi quantum requiritur ad axis reſiſtentiam euincendam, quæ tamen, dum aqua ingreditur in helices, minor, maiorque eſſe continget, ac primum quidem ob maiorem, vel minorem helicium magnitudinem, quæ quidem helices ob id maiorem, & minorem aquæ copiam recipere poterunt. Deinde, quia in cochlea plures helices habente, in prima circulatione aqua in primam ingreditur helicem; in ſecunda circulatione rurſus ingreditur; & ita in tertia, quarta, & c. at verò dum aqua in helices ingre-

ditur; cochlea maiorem grauitatem acquirit, siquidem in prima circulatione cochlea minus grauitabit, quam in secunda, & in secunda minus, quam in tertia, & c. ergo in secunda circulatione maior requiretur potentia, quam in prima, in tertia verò circulatione adhuc maior, quam in secunda, & sic deinceps maior, donec omnes helices illam aquæ quantitatem receperint, quam recipere poterunt. Primum, quoniam (vt diximus) aqua in qualibet etiam circulatione non tota simul, sed paulatim ingreditur, ideo dum aqua in vnaquaque circulatione ingreditur, semper maior quoque requiretur potentia. Dùm verò helices omnes (vt diximus) aqua erunt plenæ, tunc eadem fermè potentia voluetur cochlea, quia quanta aquæ pars ingreditur, totidem egreditur. Quando autem circa finem tota fuerit aqua consumpta, ita vt in helicem amplius non ingrediatur, antequam aqua extra cochleam tota egrediatur, prius euacuabitur prima helix, postea deinceps aliæ, ex quo, cochlea paulatim, dum egreditur aqua, minorem acquiret grauitatem, cùm præcipue nec tota simul in qualibet completa circulatione egrediatur, sed paulatim dum voluitur cochlea, vt ostensum est, quare dum egreditur hoc modo aqua semper minor requiretur potentia. Quocirca cum tota hæc siue maior, siue minor grauitas referri debeat ad axem, qui in suo foramine existens, quò grauior fuerit cochlea, siue propter aquam, siue propter ipsum instrumentum, siue propter aliud, eò quoque maiorem efficiet resistentiam, idcirco tunc maior potentia requiretur. Ad hanc igitur resistentiam superandam, quò magis potentia distabit a centro, eò minor requiretur potentia, vt ex tractatu de axe in peritrochio, & de cochlea nostrorum Mechanicorum elici facillime potest, intelligendo nempè, vbi est hęc resistentia in rotunditate axis, ibi esse pondus à centro distās. Quomodo igitur se habet potentia, notum est, quod demonstrare oportebat.

In 3 huius.

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

Data cochlea an sursum attolli possit aqua & ad quam altitudinem inuenire.

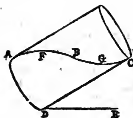
Primùm enim si cochlea fuerit orizonti erecta, tunc non potest sursum aqua attolli, quia, cùm helix ab initio sursum semper tendat, aqua in ipsam labi minime potest.

Si-

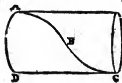
Similiter si fuerit cochlea etiam inclinata, & ellipses per initium, & quartam helicis transeuntes, orizontique æquidistantes, helicem non secuerint, aqua ob eandem causam minimè attolli potest, quia helix ab initio sursum semper similiter tendit.



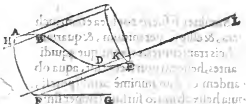
Si verò dictarum ellipsium altera helicem secuerit, tunc aqua sursum attolli potest, existente enim helice ABC, cuius quarta sit AB, orizon verò sit secundum lineam DE, tunc punctum supremum erit inter AB, vt in F, infimum verò, vt in G, & quoniam helicis portio FG deorsum tendit, aqua ex F descendet in G, quare ex hac cochlea sursum aqua attolli potest. Quotiescunque igitur in helice aliqua sit pars, quæ deorsum tendat; perspicuum est sursum aquam attolli posse.



Cæterum aduertendum est, si cochlea fuerit orizonti æquidistans, vt AC, etiam si helix ABC deorsum tendat, tamen ea prorsus existit inutilis; nã quamquam aqua, ex ipso helicis initio A in helicem ABC, vsque ad C ingredi labique possit; non tamen aqua sursum attolletur; nam semper aqua manet in infimo loco, qui semper est in linea DC, in quo loco aqua ex cochlea totam exibit. Quapropter aqua ex A in C, non sursum [illegible] deorsum mouebitur, inutilis est igitur hoc modo cochlea.



Nec



Nec propterea quis putet, si cochlea fuerit inclinata in angulo EFG ita paruo, & inuento in helice puncto B supremo, & D infimo; ductisq; lineis BH DK ipsi EF æquidistantibus, fueritque punctum H, per quod aqua ingreditur sublimius puncto K, ex quo exit aqua, quod similiter cochlea hoc modo constituta sit ipsa quoque vnitilis. Nam perducatur DK in L donec punctum L non solùm sublimius euadat puncto H; verum etiam donec L perueniat ad quamcunque voluerimus altitudinem, & quamuis punctum H sit sublimius, quam K, tamen perducatur cylindrus, & circa ipsum helices multiplicentur, donec helix perueniat in L perspicuum est aquam attolli posse vsque ad L, hac igitur cochlea, quantum ad eius pertinet naturam sursum aqua attolli potest, ad quamcunq; placuerit altitudinem. Parique ratione, omnibus modis, quibus potest sursum attolli aqua, eam ad quamcunq; altitudinem eleuari posse similiter ostendetur, quæ quidem omnia inuenire oportebat.

PROPOSITIO VI.

Eadem cochlea, quò magis fuerit inclinata, eò maiorem aquæ copiam attollet.

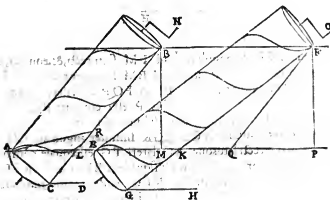
Ex vigesimaquinta secundi huius patet, quò cochlea magis fuerit inclinata, eò maiorem helicis portionem deorsùm tendere, quæ quidem portio à puncto supremo ad punctum infimum continetur, atque dupla portio eius quæ inter hæc puncta intercipitur, est ea, quæ aquam suscipere potest; ergo helix maiorem aquæ quantitatem suscipiet, quando cochlea maiorem habuerit inclinationem, aquæ verò quantitas, quam hoc modo suscipit helix, est ea, quæ sursùm attolli potest. Quò igitur cochlea magis fuerit inclinata, eò maiorem aquæ copiam attollet, quod demonstrare oportebat.

Ex 3. huius.

PRO-

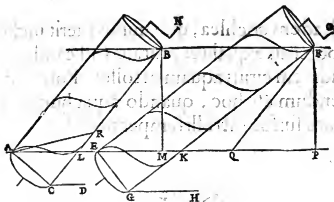
PROPOSITIO VII.

Eadem cochlea, quo minùs fuerit inclinata, potentia æqualiter mota, eò ad eandem altitudinem citius aquam attollet. Porrò intelligendum est hoc, quando aqua hoc instrumento sursum attolli semper potest.



Sit enim cochlea AB, quæ inclinationem habeat BCD, aquæ verò superficies sit secundum lineam AD orizonti æquidistantem, oporteatq; aquam attollere ad altitudinem BF, quæ sit orizonti similiter æquidistans. Eadem autem cochlea (quæ quamuis sit longior, breuiorque nihil refert) aliam habeat inclinationem FGH, sitq; angulus FGH minor angulo BCD, cochleaq; sit vt EF. Dico citius aquam attolli cochlea existente vt AB, quam existente, vt EF, intelligendo semper potentiam æqualiter moueri. Secet linea AE parallelogramma AB EF in cochleis per axem ducta in KL, quæ quidem parallelogramma sint orizonti erecta, ducanturq; FP BM ad EL perpendiculares, quæ cùm sint inter lineas parallelas BF AE, erunt inter se æquales. Quoniam igitur lineæ BF AE CD GH, sunt orizonti parallelæ, erunt & inter se parallelæ, quare angulus BLM est æqualis angulo *23.primi.* BCD, & FKP æqualis angulo FGH, vnde maior est angulus

BLM,



BLM, quam FKP, anguli verò ad PM sunt recti, & æquales, ergo maior erit angulus KFP angulo LBM fiat igitur angulus PFQ æqualis MBL, erunt triangula BLM FQP æqualia, lineæq; FQ BL æquales, at verò quoniam angulus P est rectus, erit PQF acutus, quare FQK obtusus, vnde maior est linea KF, quam FQ & BL, at quomodo in triangulis ACL EGK similiter anguli ad CG sunt ęquales, cùm sint recti latusque AC lateri EG est æquale, cùm sit angulus ALC maior angulo EKG siquidem BLM est maior FKP, erit angulus LAC minor angulo KEG, eodem igitur modo sequitur CL minorem esse KG, vt patet si factus fuerit angulus CAR ipsi GEK æqualis, quia CR GK erunt inter se æquales. Itaq; cùm sit FK maior BL, & GK maior LC, erit FG, hoc est longitudo cochleæ EF maior, quam BC longitudo cochleæ AB. Quocirca, cùm AB & EF pro vna & eadem cochlea accipiatur, plures erunt helices in EF, quam in AB, si igitur potentia intelligatur in N O æqualiter mota, cùm in vtraque cochlea ęqualiter distet à centro, citiùs aqua permeabit helices, quæ sunt in AB, quam helices in EF existentes, vt (exempli gratia) si in AB tres fuerint integræ helices, & in EF quatuor, dum potentia in N tres complet circulationes, aqua ex A in B pertinget, quod in EF, antequam ex E aqua perueniat in F, quatuor oportet, vt potentia in O circulationes absoluat, citiùs igitur aqua sursum attollitur cochlea AB, quam EF, habetq; AB minorem inclinationem, quam EF, quod demonstrare oportebat.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

DE TEMPORE.

Quò eandem cochleam diuersimodè inclinatam, maior aquæ attollitur copia, eò maius quoque tempus requiritur.

Intelligendum est, data eadem potentia æqualiter mota, dataq; eadem altitudine, quò ascendere debet aqua, vt in præcedenti, in qua patet citiùs attolli posse aquam cochleam inclinatam, vt AB, quam vt EF, sed cochleam EF maior aquæ copia potest attolli, quã cochleam AB; cùm sit magis inclinata EF, quam AB, ergo quando maior aquę copia attollitur, maius quoque tempus requiritur, quod demonsttare oportebat.

PROPOSITIO IX.

Quò minori potentia eandem cochleam eodem semper modo inclinatam, attollitur aqua, eò maius quoque tempus requiritur.

Ex ijs quæ diximus in quarta huius propositione, constat minorem potentiam eandem cochleam mouere, quã efficit potentia maior, quando potentia minor in manubrio existens magis distat à centro, quantò autem magis distat à centro, eò suo motu maiorem circunferentiam describet, quàm efficit potentia maior, quæ minorem permeabit circunferentiam, cùm sit centro propinquior, siquidem circunferentiæ se habẽt, vt semidiametri. Data igitur potentiarum æquali velocitate, minor potentia in maiori tempore suam permeabit circunferentiam, quàm maior potentia suam, qui quidem motus sequuntur proportionem semidiametrorum, cùm (vt diximus) sit circunferentia ad circunferentiam, vt semidiameter ad semidiametrum; at verò quoniam æqualis aquæ copia in helicem ingreditur in vna cochleæ circumuolutione completa, quàm in alia, æqualis quoque aquæ copia attolletur, in qualibet circulatione completa; maius ergo tempus requiritur, quando attollitur aqua minori potentia, quàm maiori, quod demonstrate oportebat.

COROLLARIVM.

Ex his perſpicuum eſt, quò cochlea magis fuerit inclinata, & quò magis potentia diſtabit à centro, minori potentia maiorem aquæ quantitatem attolli poſſe, quam ſi fuerit cochlea minùs inclinata, potentiaq; centro propinquior; maius verò tempus requiri.

Finis Tertij Libri.

GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS.

DE COCHLEA.

Liber Quartus.

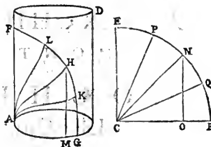


Ost hæc, nonnulla relinquuntur considerãda, quomodo scilicet se habeant plures helices in eodem cylindro descriptas, diuersasq; cum basi habentes inclinationes, quæ quidem nõ erunt iniucunda, (& ne sermo prolixior euadat) breuiter perstringemus. Primùmque in cylindro lineam quandam à nobis inuentam (quod ipse viderim) describemus hoc modo.

PROPOSITIO I.

PROBLEMA.

In cylindri superficie lineam describere, ad quam omnes helices à dato puncto secundum datam longitudinem sint æquales.



In cylindro AB datum sit punctum A, dataque sit longitudo CB oportet lineam in cylindro describere, ad quam omnes helices à puncto A prodeuntes sint æquales ipsi CB. Describatur interuallo CB circuli quadrans EB, ponaturq; punctum C in A, lineaque CE colloceturin latere AF, linea verò CB applicetur circunferentiæ AG, & secundum circunferentiam EB in cylindro linea describatur FHG, pluresq; & quotcunque ex A describantur helices AK AH AL. Ex hac itaque constructione perspicuum est helices AK AH AL esse interse æquales. Nam si fiat EP æqualis FL, & PN ipsi LH, & NQ ipsi HK æqualis, iunganturque CP CN CQ, si rursus coaptetur quadrans in cylindro, vt dictum est, lineæ sanè CP CN CQ helices AL AH AK in cylindro describent, sunt verò CP CN CQ æquales; ergo & AL AH AK nō solùm interse, verum etiam datæ longitudini CB æquales existunt, simili modo ostendetur omnes alias helices ex A vsque ad FHG terminum habentes interse æquales esse. Inuenta igitur est linea FHG, vt dictum est, quod fecisse oportebat.

Liceat nobis huiusmodi lineam FHG, lineam in cylindro quadrantem, nuncupare, cuius centrum A.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Dato puncto in helice per ipsum lineam in cylindro quadrantem describere, cuius centrum sit helicis initium.

In cylindro sit helix AH, oportet per punctum H lineam in cylindro quadrantem describere, cuius centrum sit A. Ducatur cylindri latus HM, seorsumq; triangulum exponatur rectangulum NOC, quod respondeat ipsi HMA. Fiat deinde OCE angulus rectus, & centro C, interualloque CN circuli quadrans describatur ENB, & in cylindro quadrans describatur linea FHG secundum lineam ENB ex antecedenti, erit vtique ipsius lineæ FHG centrum A, quare factum est, quod proponebatur. 1. Figura.

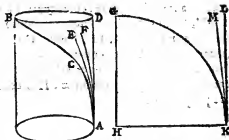
COROLLARIVM.

Ex hoc perspicuum est si datum punctum fuerit in latere cylindri, exempli gratia, vt in F, lineam in cylindro quadrantem per F describere facillimum esse. Eodem enim modo facta CE æquali AF, descriptaq; circuli quarta EB, secundum quam describatur in cylindro linea quadrans FG.

PROPOSITIO III.

Si linea in cylindro quadrans latus contigerit, inter ambo planum per contactum non cadet.

In



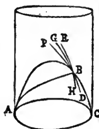
In cylindro quadrãs linea AB contingat latus AD. Dico per A inter ACB, & latus AD non posse cylindrum plano secare. Si enim fieri potest secetur cylindrus plano AE, quod sit inter ACB, & AD erit vtiq; AE ellipsis, itaque inter AE, & AD duci potest helix, vt AF, quæ cum ellipsi
3. secundi huius. AE non conueniat, nisi in A, erit ergo helix inter ellipsim AE, & rectam AD, cumque sit AE inter rectam AD, & ACB, erit & AF inter AD, & ACB, quod fieri non potest. Nam facta in plano circuli quarta GK, ductaque contingente KL, ita vt GK constituat lineam in cylindro quadrantem BCA, recta vtique KL cum latere AD congruet, & quoniam helix AF fit à recta linea, veluti à
16. tertij. KM, necesse est, vt linea KM sit inter KG, & KL, quod fieri nullo modo potest; non igitur potest duci planum inter AB, & AD, quod demonstrare oportebat.

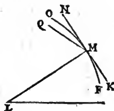
PROPOSITIO IV.

Dimidia sit ellipsis ABC, duæq; sint helices AB DBE, quæ inuicem sint tanquam ad rectos angulos, (quod est quidem intelligendum, si in plano fuerint lineę LM KMN inuicem perpendiculares, quæ in cylindro applicatę, linea quidem LM describat helicem AB, & KMN describat DBE) secet autem DE ellipsim in B, & per B ducatur linea in cylindro quadrans GBH, cuius centrum A. Dico GBH ellipsim in B secare.

De-

Describatur circulus FM O, cuius centrum L, quòd quidem, si ponatur LM in AB, lineã GBH describet, & quoniam FM diuidit rectum angulum LMK, linea quoque BH angulum helicibus constitutum ABD dispescet, siquidem omnia sibi congruere posſũt,

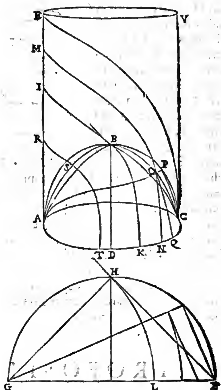




quare erit BH inter helicem BA, & BD, ac propterea BH in cylindro (vt ita dicam) in spacio ellipsi ABC compræhenso existet. Deinde à puncto B altera sit helix BP, quæ concipiatur ellipsim in B contingere, ducaturq; MQ, quæ (posita LM in AB) describat in cylindro helicem BP, & quoniam inter MN MO recta linea non cadit, erit MO inter MQ, & MN; vnde erit BG inter BP BE, cùm omnia sibi congruere possint, quare erit BG inter ellipsim, & helicem BE, ac propterea erit extra spacium ellipsi contentum, ex quibus perspicuum est lineam in cylindro quadrantem GBH ellipsim in B secare, siquidem partim intra vt DH & partim extra, existit, vt BG, quod demonstrare oportebat. *16. tertij.*

PROPOSITIO V.

Sit in cylindro dimidia basis ADC, sitque AD æqualis DC, cylindriq; sit latus DB, quod sit æquale vtriq; DA DC, sit verò ellipsis ASOC, cuius vertex non excedat punctum B, lineaque sit in cylindro quadrans EC, cuius centrũ A. Dico omnes lineas in cylindro quadrantes ipsa EC minores, cuius centrum A, ellipsim ASOC in vno tantùm puncto secare.



Trāſeat enim primum ellipſis per B, exponaturque linea GF æqualis ADC, ſemicirculuſq; deſcribatur GHF duçque ſint circuli quartæ GH HF, poſitaq; GF in AC, ſecundum circunferentiam GHF linea in cylindro deſcribatur ABC, quę tranſibit per B, ſiquidē ſunt AD DB DC æquales, erunt vtique AB BC duæ in cylindro quadrãtes lineę. Itaque per B ex AC ducantur helices AB BC, quæ quidem erunt interſe tanquam ad rectos angulos, vt ductis lineis GH HF perſpicuum eſt, ſi ponatur ſemicirculus GHF in ABC, lineas GH HF helices deſcribere AB CB, ſunt autem GH HF in ſemicirculo, vnde angulus GHF rectus exiſtit; ergo & helices AB CB interſe erunt tanquam ad angulos rectos. Itaq̃ ducatur linea quadrans per B, cuius cẽtrum A, vt IBK, & quoniam perducta FH circunferētiam ſecat; linea quoque KB perducta ellipſim ſecabit in B, quare IBK quadrantes lineas AB BC ſecabit in B. At verò quoniam helix CB eſt tãquam contingens IBK; vt patet centro G, circuloq; deſcripto HL, qui (applicata figura GHF in cylindro) lineam deſcribet IBK, helix verò BC in C pertingit, punctum igitur K erit inter puncta AC, quare helix BC inter ellipſim BOC, & BK exiſtet; nam ſi intelligatur B ellipſis initium, & per B cylindri baſis deſcripta; quoniam BC eſt quarta ellipſis, erit (ex quarta ſecundi huius) ellipſis BC baſi propinquior, quam helix BC, vnde patet helicem BC eſſe inter ellipſim BC & BK. Ex quibus colligitur, IBK ellipſim in vno tantùm puncto B ſecare, ſiquidem helix CB producta ellipſim in B ſecat, vt patet in linea FH, quæ producta circunferentiam GH, F diſpeſcit,

31. tertij. *Ex præcedenti.*

quod

quod quidem ex præcedenti viam perspicuum est. Deinde inter E I, vtcunque sumatur punctum M; lineaque in cylindro quadrans ducatur M O N, quæ est M ellipsi primùm occurrat in O, helixq; ducatur A O, quæ quadrantem lineam B C secet in P, erit sanè A P maior, quam A O; nam cùm inter quadrantem lineam P C, & cum non possit duci planum, quod tamen fieri potest inter ellipsim O C, & C V (inter 3.huius. quas aliæ possunt duci ellipses,) erit lineæ quadrãtis pars P C inter O C C V, & propterea maior est A P, quam A O, quare altera ducatur helix C P, quæ erit tanquam ad rectos angulos ipsi A O P, cùm sint A P P C tanquam lineæ in semicirculo, & ex O helix ducatur O Q, quæ similiter sit ad rectos angulos ipsi A O, quæ quidem erit tanquam æquidistans helici C P, erit vtique punctum Q inter C A, & quoniam A O O Q sunt tanquam ad rectos angulos, & per O transit M O N, cuius centrum A, erit O Q tanquam contingens M O N, quare punctum N inter Q A existet, quæ quidẽ omnia in figura G H F apparent etiam manifesta; ex quibus patet lineam M O N in vno tantum puncto nempe O ellipsim secare eademque prorsus ratione sumpto puncto R inter A I, lineaque in cylindro quadrante ducta R S T, ostendetur R S T ellipsim in S tantùm secare, & ita in omnibus alijs eodem modo idem contingere ostendetur; veluti etiam si ellipsis vsq; ad B non pertingat, quod demonstrare oportebat.

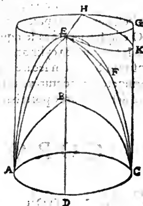
COROLLARIVM.

Ex hoc perspicuum est in ellipsi A B C helicem, quæ ex A basi propinquior existit, remotiore longiorem esse. Vt patet de A O A B, est enim propter quadrantes lineas B K O N ellipsim A B C in vno tantum puncto secantes, maior A O, quam A B, & ita in alijs.

PROPOSITIO VI.

Sint basis quartæ AD DC, quibus sit æquale cylindri latus DB, sitq; ellipsis AEC, cuius vertex E sit extra DB. Ducaturq; helix AE, cui ad angulos rectos altera ducatur helix EF. Dico EF, ellipsim secare inter EC, vt in F.

Ex 4. huius.



Ducantur helices AB BC EC. Quoniam enim helices AB BC sunt inuicem tanquam ad rectos angulos, erunt helices AE EC ad angulum acutum. Intelligantur enim ABC AEC duo triangula helicibus, & ADC contenta (omnia enim ad rectas lineas in plano reduci possunt) in triangulis hoc modo constitutis interior angulus ABC maior est angulo AEC, vnde angulus AEC recto AEF minor existit. Deinde non potest helix EF ellipsim contingere in F, propterea quod, id quod ellipsim in E contingit, est circulus vt EG basi æquidistans, qui est ad angulos rectos lateri ED, quòd cùm sit angulus AEF helicibus contentus æqualis angulo DEG (vterq; enim pro recto sumitur) maior verò est AEF angulo AEC, erit helix EF inter helicem EC, & circulum EG. Quare sit circuli diameter EH; ergo duci potest ellipsis, vt EKH, quæ helici EF amplius non occurrat, quam in E, & quoniam ellipsis EKH ellipsim AEC secat, multò magis helix EF ellipsim AEFC secabit, quòd cùm sit EF inter helicem EC & EK, ellipsim secabit inter EC, vt in F, quod demonstrare oportebat.

Ex præcedenti.

21. primi.

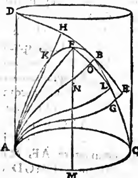
2. secundi huius.

37. primi huius.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Si linea quadrans DBE, cuius centrum A, ellipsim AFC extra contingat in B, sint verò ellipsis quartæ AF FC. Dico punctum B esse in quarta FC.

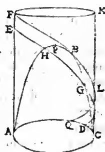


Non pertingat punctum E ad basim, & sit E extra spatium ellipsi ABC contentum (cùm enim DBE ellipsim contingat; fieri quidem potest.) Deinde ducantur helices AB AGE; erit sanè AB maior alijs quibuscunque helicibus ex A vsque ad ellipsim ABG pertinentibus. Nam cùm sint AB AE æquales, erit AB maior AG; similiter ad alteram partem, ducta vbicunq; helice AH, quę occurrat ellipsi inter AB in K; cùm sit AB æqualis AH, erit AB maior AK; ergo alijs maior est AB. Itaq; ducatur helix AF, cui ad angulos rectos altera ducatur helix FL; sit verò AM quarta circuli, sitque MN æqualis AM. Quoniam igitur linea quadrans DBE ellipsim contingit, erit MF maior MN; si enim ellipsis vertex non excederet punctum N, linea quadrans ellipsim secaret. Itaq; quoniam MF maior est MN, helix FL ellipsim inter FC dispescet; ducta igitur helice AL, erit hæc maior, quàm helix AF. In triangulo enim AFL, cùm sit angulus AFL tanquam rectus; erit helix AL maior AF; veluti in rectilineis triangulis contingit; similiter vbicunque inter FL ducatur helix AO, quæ vsq; ad helicem FL pertingat; erit sanè AO propter eandem causam maior helice AF, quare si AQ pertingeret vsque ad ellipsim, hæc multo maior esset, quàm AF. Ex quibus perspicuum est, ex A longiorem helicem in ellipsi ABG, inter FC reperiri; ergo linea quadrans DBE ellipsim continget inter FC, vt in B; eritq; AB aliis quibuscunq; inter ABG existentibus longior. Punctum igitur B in quarta FC reperitur, quod demonstrare oportebat.

4. huius. *5. huius.* *6. huius.*

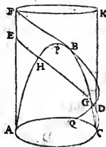
PROPOSITIO VIII.

Quomodo autem linea quadrans ellipsim in duobus tantùm punctis secare potest, ostendere.



In cylindro sit similiter ellipsis ABC quam contingat linea in cylindro quadrans FBQ, sitque ACQ maior semicirculo AC. Deinde inter CQ sumatur vbicunq; punctum D, fiatq; AE æqualis ACD, quæ quidem AE minor erit AF, & secundum longitudinem AE linea in cylindro quadrans describatur EGD. Dico EGD ellipsim secare in duobus punctis, puta GH, vt ex constructione patet, etenim cùm sit ellipsis ABC intra terminos AF CK, & FBL, linea verò EGD incipit à puncto E, quod est in latere AF, & secat latus CK, siquidem peruenit in D; necessariò linea EHGD ellipsim in duobus punctis diuidet; cùm sit linea EGD tanquam æquidistans ipsi FBQ, vt manifestum appareret, si describerentur in plano duo quadrantes circa idem centrum, qui responderent ipsis FBQ EGD.

Cor. 2. huius.



Similiter facta AE semicirculo AC æquali, lineaque in cylindro quadrans describatur EHGC, vt in secunda figura linea EGC ellipsim in duobus punctis secabit HG; nam quamuis hæc non secat latus CK, est tamen ipsius lineæ EGC portio GDC inter ellipsim GC, & latus CK, quia inter GDC latusque CK non potest duci planum; quod tamen inter ellipsim GC, & idem latus CK fieri potest, aliæ quidem duci possunt ellipses, secat igitur EGC ob eandem causam ellipsim ABC in duobus punctis HG, quod ostendere oportebat.

3. huius.

CO-

COROLLARIVM.

Ex hoc patet (facta AP ellipsis quarta) punctum G esse in quarta PC est enim inter BC, & B est in quarta PC.

PROPOSITIO IX.

Quomodo autem linea quadrans ellipsim in tribus secare potest punctis, ostendere.

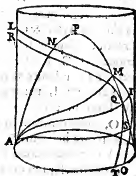
Secet similiter (vt proxime dictu est) linea in cylindro quadrans EGC ellipsim ABC in duobus punctis HG, quæ quidem pertingat in C. Deinde in portione GDC quodvis sumatur punctum D, describaturq; helix AD; quæ, cùm sit GDC inter ellipsim GC, & latus CK (vt ostensum est) *In præcedenti.* ipsam secabit ellipsis portionem GC, secet igitur in F, & inter FD in helice vbicunq; sumatur punctum I, per quod describatur linea in cylindro quadrans LMIO, cuius centrum sit A. Dico hanc lineam LMIO in tribus punctis secare helicem ABC. Primùm quidem constat portionem LNMI ellipsim secare in duobus punctis, vt N M, siquidem puncta LI sunt extra ellipsim, & quoniam AE AD AC sunt æquales inter se, *1. huius.* itidemque AL AO æquales, & est AL minor AE, erit igitur AO minor AC; cùm itaq; sit punctum I extra ellipsim, linea LIO ex I antequam perueniat in O, ellipsim secabit, vt in S, ergo linea LIO ellipsim secat in tribus punctis NMS, quod ostendere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt puncta M S (facta A P ellipſis quarta) in quarta P C exiſtere. Quoniam punctum G eſt in quarta P C, & M S ſunt inter G C, ergo puncta M S in quarta P C reperiuntur.

PROPOSITIO X.

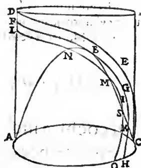
Si linea in cylindro quadrans ellipſim intus contigerit, eam in quarta, vbi non eſt centrum continget.



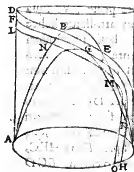
Secet vt in præcedenti linea quadrans LNMSO ellipſim APC in tribus punctis NMS, helicesq; ducantur AM AS, & inter has AI, quæ ſecet ellipſim in Q. Quoniam enim AM AI AS ſunt æquales, *1 huius.* erit AQ minor quam AM, & AS, atq; ita oſtendetur omnes helices inter AM AS exiſtentes eſſe minores AM & AS, quòd ſi inter has omnium minor fuerit AQ, linea quadrans per Q, vt RQT ellipſim continget; continget q; in quarta PC, cùm ſint puncta MS in eadem quarta, inter quæ punctum Q reperitur, quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO XI.

Quomodo autem linea quadrans ellipsim contingere, & secare potest, ostendere.



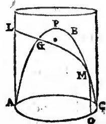
Duobus modis hoc contingere potest. Primùmq; intelligatur, vt in præcedenti lineam quadrantem LMIO in tribus secare punctis ellipsim ABC. Deinde ducatur linea quadrans per punctum C, sitque DEC, quæ quidem, cùm sit AC maior AO, vel ellipsim quoque secabit, vel continget, vel ipsi amplius non occurret. Quòd si DEC ellipsi non occurrit, sit altera linea in cylindro quadrans FBGH, quæ ellipsim contingat in B. Quoniã enim FBH minor est DEC, maior verò LMO, erit AH minor AC, sed maior AO, & quoniam lineæ in cylindro quadrantes (cùm circa idem sint centrum) sibi ipsis occurrere non possunt; linea quadrans FBG antequam perueniat in H ellipsim secabit, vt in K.



Quòd si DEC ellipsim secuerit in BE, vt in altera figura sumatur in cylindro punctum G, quod sit quidem in spacio, ellipsis portionibus NB EM, quadrantibusq; lineis BE NM comprehenso, & per G puncta AC planum ducatur, quod faciat ellipsim AGC nimirum linea in cylindro quadrans LMO ellipsim AGC in tribus punctis dispescet, vt perspicuũ est, quare cùm DBC pertingat in C, ellipsisque AGC non occurrat, eadem prorsus modo ostendetur, lineam in cylindro quadrantem FGH ellipsim contingere posse in G, eamque secare in K. Parique ratione idem quoque ostendetur, si DBC ellipsim ABC contingeret; ex quibus patet lineam quadrantem ellipsim extra contingere posse, & adhuc secare.

Præ-

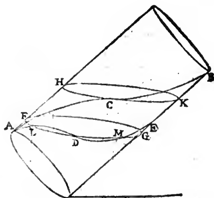
Præterea quando linea quadrans ellipsim intus contingit, tunc ipsam quoq; semper secabit; etenim contingat linea in cylindro quadrans LMO ellipsim ABC intus in M, quod quidem punctum est in quarta PC, quoniam linea OML pertingit vsque ad latus cylindri AL; necesse est, lineam LMO ellipsim secare inter ML, vt in G, linea igitur in cylindro quadrans LMO ellipsim contingit in M, secat verò in G, quod ostendere oportebat.



PROPOSITIO XII.

Si in cochlea inclinata, duæ sint helices idem initium habentes, contingere potest, vt sursum attolli posit aqua helice basi proximiori, altera verò minimè.

In cochlea inclinata AB, duæ sint helices ADE, ACB; Dico contingere posse, vt aqua sursum attollatur helice ADE basi proximiori existente, helice verò ACB nequaquam. Sint AD AC helicium quartæ, & per DC cylindrus duobus secetur planis orizonti æquidistãtibus, quę sint ellipses FGD HKC, secet verò ellipsis FGD helicem ADE in LM, ellipsis verò HKC helicem ACB amplius non dispescat nisi in C, perspicuum est helice ADG sursum attolli posse aquam, at verò helice ACB non posse, quod demonstrare oportebat.



5. tertij huius.

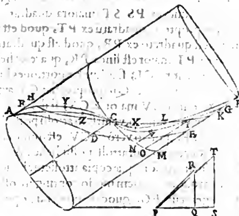
CO-

COROLLARIVM.

Ex hoc, pluribus alijs helicibus hęc eadem contingere posse manifestum est.

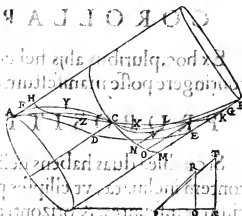
PROPOSITIO XIII.

Si cochlea duas habens helices, ita sit ad orizontem inclinata, vt ellipses per quartas helicium transeuntes, & orizonti ęquidistātes, helices secent in primis, & secundis quartis; maior aquę copia attolletur helice, quę minorem efficit angulum cum basi, quàm altera helice.



Sit AB cochlea inclinata, quæ duas habeat helices ACB ADE, quarū quartæ sint AC AD, minoremque cum basi efficiat angulum helix ADE, quàm helix ACB, ellipses verò per CD transeūtes helices secet, vt dictum est. Dico maiorem aquæ copiam attolli helice ADE, quàm helice ACB. Describatur per C helix FCG æquidistans ipsi ADE. Ducaturq; per C ellipsis HCK orizonti æquidistans, quæ secet helices in punctis IL in helicum secundis quartis CB CG existentibus, rursus per C basi æquidistans ducatur circulus CM, lateraque cylindri ducantur LN IO. Primùm quidem constat angulum MCG ęqualem esse angulo, quē facit helix ADE cum basi, siquidem circuli, & helices sunt æquidi- 2. Primi huius.

V stan-



stantes; similiter patet angulum MCB æqualem esse angulo, quem constituit helix ACB cum basi, quocirca maior est angulus MCB, quàm MCG, & quoniam circulus CM, & ellipsis CLG se inuicem secant in C, erit OI maior NL. Itaq; constituatur triangulum rectangulum PQR, rectũ habens angulum ad Q. Fiatq; PQ æqualis CN, & QR ipsi NL; deinde super PQ alterum constituatur triangulum PST rectangulum, sitq; rectus angulus ad S, sitque PS æqualis CO, & ST ipsi OI, perspicuũ est, si ponatur P in C, & Q in N, punctũ S congruere cum O, T cum I, & R cum L, & ob id linea PR cum helice CL, & PT cum helice CI conueniet. Cùm itaq; sit TS maior RQ, & PS maior PQ, erunt quadrata simul ex PS ST maiora quadratis ex PQ QR simul sumptis, ac propterea quadratũ ex PT, quod est ipsis quadratis ex PS ST maius est quadrato ex PR, quod est quadratis PQ QR æquale. Vnde linea PT maior est linea PR, quare & helicis portio CI maior est helicis portione CL; si igitur hæ portiones bifariam diuidãtur in VX, erit CV maior CX. Quapropter fiat CY æqualis CV, & CZ æqualis CX, erit YCV maior ZCX, sed YCV dimidia est portionis helicis, quæ aurit aquam, vt sursum attolli possit helice FCG, hoc est helice ADE; portio verò ZCV est dimidia portionis helicis, quæ impletur aqua, vt sursum attolli possit helice ACB; ergo cochlea hoc modo inclinata maior aquæ copia attolletur helice ADE, quã helice ACB.

Cor. 26. primi huius.

Ex 2. tertij huius.

Idem quoque eodem modo contingere ostendetur, si ellipsis HCK pertingeret in FG, quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet helicis portionem CVI æqualem esse dimidiæ helicis portioni, qua sursum attolli potest aqua: Sunt.n. YC CV VI æquales vnde CVI YCV sunt æquales.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

Si cochlea plures habens helices ita fuerit inclinata, vt ellipses orizonti æquidistãtes per quartas helicium trãseuntes, ipsas quidem helices secuerint, ellipsium verò vertices à circulis per dictas quartas trãseuntibus non distent magis, quàm circulorum quartæ, maior aquæ copia attolletur helice, quæ minorem cum basi angulum efficiet, quàm eam, quę maiorem.

Conueniant, vt antea, helicium quartæ in A, sintque helices AEL AFB ACK, quæ a dimidia ellipsi ABC orizonti æquidistãte secentur, sitq; vertex ellipsis punctum D, secetur, deinde cylindrus plano basi æquidistante ACG, distantia verò GD non sit maior AG quarta circuli; minoré verò cum AGC angulum efficiat helix AEL, quàm AFB, & AFB minorem, quàm ACK. Dico primùm maiorem aquæ copiam attolli posse helice AEL, quàm AFB, & maiorem AFB, quam ACK. Secetur AEL bifariam in I. Fiatque AQ æqualis AI. Quoniam igitur planum per I ductum ipsi ADC, & orizonti æquidistans helicem contingeret in I erit sanè punctum I infimum; vnde punctum L supremum existit; & quoniam QA AI IL sunt æquales, erit AIL æqualis QI, quæ æqualis est dimidiæ helicis portioni, quæ impletur aqua, vt rursum attolli possit. Quocirca (eodem enim modo ostendetur) AFB ACK sunt quoq; dimidiæ portionum, quibus attolli potest aqua. At verò quoniam helix AEL maior est AFB; & AFB maior ACK; maior aquæ copia attolletur heli-

12 secũdi huius.

Cor. 5. huius.

Ex Cor. 13. huius

ce AEL, quam AFB, & AFB, quam AOK. Quòd si ipsi AEL respondet helix HM, & ipsi AFB ipsa HN respondet; ipsi verò AOK helix AP, porrò ellipses per harũ ellipsium quartas transeuntes orizontique æquidistantes has quidem helices HM HN HP dispescerent, vt in propositione dictum est; patet maiorem aquæ copiam attolli helice HM, quàm HN, & HN, quàm HP, efficitque HM cum basi minorem angulum, quàm HN, & HN minorem, quàm HP, &c. quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XV.

Si verò iisdem positis, ita fuerit inclinata cochlea, vt linea in cylindro quadrans cuius centrum sit in helicium quartis ellipsi in pluribus punctis occurrerit, plures quoque erunt helices, quibus æqualis aquæ copia attolli poterit.

Secet

Secet ellipsis ABC orizonti ęquidistans helices, quarum quartæ similiter transeat per A, linea verò in cylindro quadrãs DBE, cuius centrum A ellipsi occurrat in pũctis, vt BF, manifestum est helices in BF pertingentes, vt AGB AHF interse æquales esse, & quoniam hæ sunt dimidiæ portiones helicium, quibus aqua sursum attolli potest, si fuerit helix KL, quæ cum basi angulum efficiat, vt efficit AHF cum circulo ACE, tanta aquæ copia attolletur helice KL, quanta helice KAM, hoc autem eadem modo contingit, siue linea DBFE ellipsim in duobus punctis secet, siue ipsam contingat, & secet. Similiter, si linea in cylindro quadrans in pluribus punctis ellipsi occurreret, vt tribus ostenderetur plures quoque, ac totidem dari posse helices, quibus æqualis aquæ copia possit attolli, quod demonstrare oportebat.

Ex 8. huius.

1. huius. Cor. 13. huius.

Ex 9. huius.

PROPOSITIO XVI.

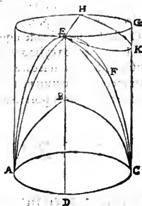
Iisdem positis, si linea in cylindro quadrans ellipsim in duobus tantùm punctis secuerit, helix quidem assumi, ita possibile est, vt aliæ dari possint helices, quæ maiorem angulum cum basi efficiant, maioremque aquę copiam attollant, quam assumpta helix, itidemq; aliæ reperiri possint, quæ minorem cum basi angulum constituant, minorem quoque aquæ copiam attollant, quàm helix assumpta.

Iisdem

PROPOSITIO VI.

Sint basis quartæ AD DC, quibus sit æquale cylindri latus DB, sitq; ellipsis AEC, cuius vertex E sit extra DB. Ducaturq; helix AE, cui ad angulos rectos altera ducatur helix EF. Dico EF ellipsim secare inter EC, vt in F.

Ex 4. huius.



Ducantur helices AB BC EC. Quoniam enim helices AB BC sunt inuicem tanquam ad rectos angulos, erunt helices AE EC ad angulum acutum. Intelligantur enim ABC AEC duo triangula helicibus, & ADC contenta (omnia enim ad rectas lineas in plano reduci possunt) in triangulis hoc modo constitutis interior angulus ABC maior est angulo AEC, vnde angulus AEC recto AEF minor existit. Deinde non potest helix EF ellipsim contingere in F, propterea quod, id quod ellipsim in E contingit, est circulus vt EG basi æquidistans, qui est ad angulos rectos lateri ED, quòd cùm sit angulus AEF helicibus contentus æqualis angulo DEG (vterq; enim pro recto sumitur) maior verò est AEF angulo AEC, erit helix EF inter helicem EC, & circulum EG. Quare sit circuli diameter EH, ergo duci potest ellipsis, vt EKH, quæ helici EF amplius non occurrat, quam in E, & quoniam ellipsis EKH ellipsim AEC secat; multò magis helix EF ellipsim AEFC secabit, quòd cùm sit EF inter helicem EC & EK, ellipsim secabit inter EC, vt in F, quod demonstrare oportebat.

Ex praecedenti.

21. primi.

2. secundi huius.

37. primi huius.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Si linea quadrans DBE, cuius centrum A, ellipsim AFC extra contingat in B, sint verò ellipsis quartæ AF FC. Dico punctum B esse in quarta FC.

Non pertingat punctum E ad basim, & sit E extra spatium ellipsi ABC contentum (cùm enim DBE ellipsim contingat, fieri quidem potest.) Deinde ducantur helices AB AGE; erit sanè AB maior alijs quibuscunque helicibus ex A vsque ad ellipsim ABG pertinentibus. Nam cùm sint AB AE æquales, erit AB maior AG; similiter ad alteram partem, ducta vbicunq; helice AH, quę occurrat ellipsi inter AB in K, cùm sit AB æqualis AH, erit AB maior AK; ergo alijs maior est AB. Itaq; ducatur helix AF, cui ad angulos rectos altera ducatur helix FL; sit verò AM quarta circuli, sitque MN æqualis AM. Quoniam igitur linea quadrans DBE ellipsim contingit, erit MF maior MN; si enim ellipsis vertex non excederet punctum N, linea quadrans ellipsim secaret. Itaq; quoniam MF maior est MN, helix FL ellipsim inter FC dispescet; ducta igitur helice AL, erit hæc maior, quàm helix AF. In triangulo enim AFL, cùm sit angulus AFL tanquam rectus; erit helix AL maior AF; veluti in rectilineis triangulis contingit; similiter vbicunque inter FL ducatur helix AO, quæ vsq; ad helicem FL pertingat; erit sanè AO propter eandem causam maior helice AF, quare si AQ pertingeret vsque ad ellipsim, hæc multo maior esset, quàm AF. Ex quibus perspicuum est, ex A longiorem helicem in ellipsi ABG, inter FC reperiri; ergo linea quadrans DBE ellipsim continget inter FC, vt in B; eritq; AB aliis quibuscunq; inter ABG existentibus longior. Punctum igitur B in quarta FC reperitur, quod demonstrare oportebat.

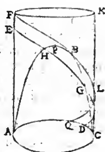
4. huius.

5. huius.

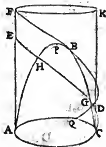
6. huius.

PROPOSITIO VIII.

Quomodo autem linea quadrans ellipſim in duobus tantùm punctis ſecare poteſt, oſtendere.



In cylindro ſit ſimiliter ellipſis ABC quam contingat linea in cylindro quadrans FBQ, ſitque ACQ maior ſemicirculo AC. Deinde inter CQ ſumatur vbicunq; punctum D, fiatq; AE æqualis ACD, quæ quidem AE minor erit AF, & ſecundum longitudinem AE li-
Cor. 2. huius. nea in cylindro quadrans deſcribatur EGD. Dico EGD ellipſim ſecare in duobus punctis, puta GH, vt ex conſtructione patet, etenim cùm ſit ellipſis ABC intra terminos AF CK, & FBL, linea verò EGD incipit à puncto E, quod eſt in latere AF, & ſecat latus CK, ſiquidem peruenit in D; neceſſariò linea EHGD ellipſim in duobus punctis diuidet; cum ſit linea EGD tanquam æquidiſtans ipſi FBQ, vt manifeſtum appareret, ſi deſcriberentur in plano duo quadrantes circa idem centrum, qui reſponderent ipſis FBQ EGD.



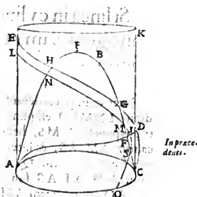
Similiter facta AE ſemicirculo AC æquali, lineaque in cylindro quadrans deſcribatur EHGC, vt in ſecunda figura linea EGC ellipſim in duobus punctis ſecabit HG; nam quamuis hæc non ſecat latus CK, eſt tamen ipſius lineæ EGC portio GDC inter ellipſim GC, & latus CK, quia inter GDC latusque CK
3. huius. non poteſt duci planum; quod tamen inter ellipſim GC, & idem latus CK fieri poteſt, aliæ quidem duci poſſunt ellipſes, ſecat igitur EGC ob eandem cauſam ellipſim ABC in duobus punctis HG, quod oſtendere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet (facta AP ellipsis quarta) punctum G esse in quarta PC est enim inter BC, & B est in quarta PC.

PROPOSITIO IX.

Quomodo autem linea quadrans ellipsim in tribus secare potest punctis, ostendere.



Secet similiter (vt proximè dictū est) linea in cylindro quadrans EGC ellipsim ABC in duobus punctis HG, quæ quidem pertingat in C. Deinde in portione GDC quod vis sumatur punctum D, describaturq; helix AD; quæ, cùm sit GDC inter ellipsim GC, & latus CK (vt ostensum est) ipsam secabit ellipsis portionem GC, secet igitur in F, & inter FD in helice vbicunq; sumatur punctum I, per quod describatur linea in cylindro quadrans LMIO, cuius centrum sit A. Dico hanc lineam LMIO in tribus punctis secare helicem ABC. Primùm quidem constat portionem LNMI ellipsim secare in duobus punctis, vt N M, siquidem puncta LI sunt extra ellipsim, & quoniam AE AD AC sunt æquales in- terse, itidemque AL AO æquales, & est AL minor AE, erit igitur AO minor AC; cùm itaq; sit punctum I extra ellipsim, linea LIO ex I antequam perueniat in O, ellipsim secabit, vt in S, ergo linea LIO ellipsim secat in tribus punctis NMS, quod ostendere oportebat.

In præcedenti. *Lhuius.*

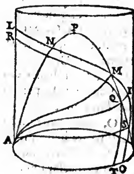
C O-

COROLLARIVM.

Ex hoc manifeſtum eſt puncta MS (facta AP ellipſis quarta) in quarta PC exiſtere. Quoniam punctum G eſt in quarta PC, & M S ſunt inter GC, ergo puncta MS in quarta PC reperiuntur.

PROPOSITIO X.

Si linea in cylindro quadrans ellipſim intus contigerit, eam in quarta, vbi non eſt centrum continget.

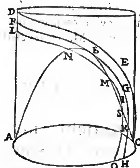


Secet vt in præcedenti linea quadrans LNMSO ellipſim APC in tribus punctis NMS, heliceſq; ducantur AM AS, & inter has AI, quæ ſecet ellipſim in Q. Quoniam 1 huius. enim A M A I A S ſunt æquales, erit AQ minor quam AM, & AS, atq; ita oſtendetur omnes helices inter AM AS exiſtentes eſſe minores AM & AS, quòd ſi inter has omnium minor fuerit AQ, linea quadrans per Q, vt RQT ellipſim continget, contingetq; in quarta PC, cùm ſint puncta MS in eadem quarta, inter quæ punctum Q reperitur, quod demonſtrare oportebat.

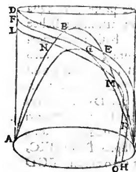
PROPOSITIO XI.

Quomodo autem linea quadrans ellipsim contingere, & secare potest, ostendere.

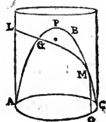
Duobus modis hoc contingere potest. Primùmq; intelligatur, vt in præcedenti lineam quadrantem LMIO in tribus secare punctis ellipsim ABC. Deinde ducatur linea quadrans per punctum C, sitque DEC, quæ quidem, cùm sit AC maior AO, vel ellipsim quoque secabit, vel continget, vel ipsi amplius non occurret. Quòd si DEC ellipsi non occurrit, sit altera linea in cylindro quadrans FBGH, quæ ellipsim contingat in B. Quoniã enim FBH minor est DEC, maior verò LMO, erit AH minor AC, sed maior AO, & quoniam lineæ in cylindro quadrantes (cùm circa idem sint centrum) sibi ipsis occurrere non possunt; linea quadrans FBG antequam perueniat in H ellipsim secabit, vt in K.



Quòd si DEC ellipsim secuerit in BE, vt in altera figura sumatur in cylindro punctum G, quod sit quidem in spacio, ellipsis portionibus NB EM, quadrantibusq; lineis BE NM comprehenso, & per G puncta AC planum ducatur, quod faciat ellipsim AGC nimirum linea in cylindro quadrans LMO ellipsim AGC in tribus punctis dispescet, vt perspicuũ est, quare cùm DBC pertingat in C, ellipsisque AGC non occurrat, eadem prorsus modo ostendetur, lineam in cylindro quadrantem FGH ellipsim contingere posse in G, eamque secare in K. Parique ratione idem quoque ostendetur, si DBC ellipsim ABC contingeret; ex quibus patet lineam quadrantem ellipsim extra contingere posse, & adhuc secare.



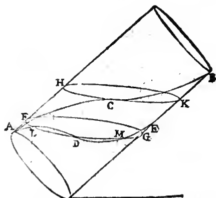
Præterea quando linea quadrans ellipsim intus contingit, tunc ipsam quoq; semper secabit; etenim contingat linea in cylindro quadrans LMO ellipsim ABC intus in M, quod quidem punctum est in quarta PC, quoniam linea OML pertingit vsque ad latus cylindri AL; necesse est, lineam LMO ellipsim secare inter ML, vt in G, linea igitur in cylindro quadrans LMO ellipsim contingit in M, secat verò in G, quod ostendere oportebat.



PROPOSITIO XII.

Si in cochlea inclinata, duæ sint helices idem initium habentes, contingere potest, vt sursum attolli possit aqua helice basi proximiori, altera verò minimè.

In cochlea inclinata AB, duæ sint helices ADE, ACB; Dico contingere posse, vt aqua sursum attollatur helice ADE basi proximiori existente, helice verò ACB nequaquam. Sint AD AC helicium quartæ, & per DC cylindrus duobus secetur planis orizonti æquidistātibus, quę sint ellipses FGD HKC, secet verò ellipsis FGD helicem ADE in LM,



ellipsis verò HKC helicem ACB amplius non dispescat nisi in C, perspicuum est helice ADG sursum attolli posse aquam, at verò helice ACB non posse, quod demonstrare oportebat.

5. tertij huius.

CO-

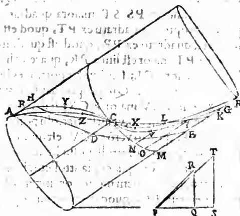
COROLLARIVM.

Ex hoc, pluribus alijs helicibus hęc eadem contingere posse manifestum est.

PROPOSITIO XIII.

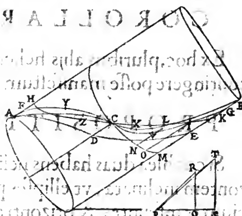
Si cochlea duas habens helices, ita sit ad orizontem inclinata, vt ellipses per quartas helicium transeuntes, & orizonti ęquidistãtes, helices secent in primis, & secundis quartis; maior aquę copia attolletur helice, quę minorem efficit angulum cum basi, quàm altera helice.

Sit AB cochlea inclinata, quæ duas habeat helices ACB ADE, quarũ quartæ sint AC AD, minoremque cum basi efficiat angulum helix ADE, quàm helix ACB, ellipses verò per CD transeũtes helices secet, vt dictum est. Dico maiorem aquæ copiam attolli helice ADE, quàm helice ACB. Describatur



per C helix FCG æquidistans ipsi ADE. Ducaturq; per C ellipsis HCK orizonti æquidistans, quæ secet helices in punctis IL in helicum secundis quartis CB CG existentibus, rursus per C basi æquidistans ducatur circulus CM, lateraque cylindri ducantur LN IO. Primùm quidem constat angulum MCG ęqualem esse angulo, quẽ facit helix ADE cum basi, siquidem circuli, & helices sunt æquidistan- *2. pri. huius.*

V



stantes; similiter patet angulum MCB æqualem esse angulo, quem constituit helix ACB cum basi, quocirca maior est angulus MCB, quàm MCG, & quoniam circulus CM, & ellipsis CLG se inuicem secant in C, erit OI maior NL. Itaq; constituatur triangulum rectangulum PQR, rectũ habens angulum ad Q. Fiatq; PQ æqualis CN, & QR ipsi NL; deinde super PQ alterum constituatur triangulum PST rectangulum, sitq; rectus angulus ad S, sitque PS æqualis CO, & ST ipsi OI, perspicuũ est, si ponatur P in C, & Q in N, punctũ S congruere cum O, T cum I, & R cum L, & ob id lineã PR cum helice CL, & PT cum helice CI conueniet. Cùm itaq; sit TS maior RQ, & PS maior PQ, erunt quadrata simul ex PS ST maiora quadratis ex PQ QR simul sumptis, ac propterea quadratũ ex PT, quod est ipsis quadratis ex PS ST maius est quadrato ex PR, quod est quadratis PQ QR æquale. Vnde linea PT maior est linea PR, quare & helicis portio CI maior est helicis portione CL; si igitur hæ portiones bifariam diuidãtur in VX, erit CV maior CX. Quapropter fiat CY æqualis CV, & CZ æqualis CX, erit YCV maior ZCX, sed YCV dimidia est portionis helicis, quæ aurit aquam, vt sursum attolli possit helice FCG, hoc est helice ADE; portio verò ZCV est dimidia portionis helicis, quæ impletur aqua, vt sursum attolli possit helice ACB; ergo cochlea hoc modo inclinata maior aquæ copia attolletur helice ADE, quã helice ACB.

Cor. 26. primi huius.

Ex 2. 1er tij huius.

Idem quoque eodem modo contingere ostendetur, si ellipsis HCK pertingeret in FG, quod demonstrare oportebat.

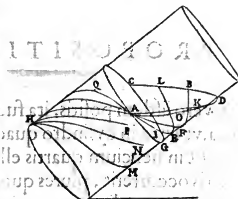
COROLLARIVM.

Ex hoc patet helicis portionem CVI æqualem esse dimidiæ helicis portioni, qua sursum attolli potest aqua: Sunt.n. YC CV VI æquales vnde CVI YCV sunt æquales.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

Si cochlea plures habens helices ita fuerit inclinata, vt ellipses orizonti æquidistãtes per quartas helicium trãseuntes, ipsas quidem helices secuerint, ellipsium verò vertices à circulis per dictas quartas trãseuntibus non distent magis, quàm circulorum quartæ, maior aquæ copia attolletur helice, quæ minorem cum basi angulum efficiet, quàm eam, quę maiorem.



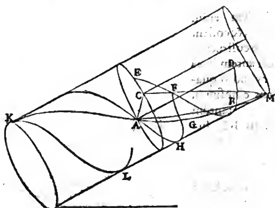
Conueniant, vt antea, helicium quartæ in A, sintque helices AEL AFB ACK, quæ, a dimidia ellipsi ABC orizonti æquidistãte secentur, sitq; vertex ellipsis punctum D, seceтur, deinde cylindrus plano basi æquidistante ACG, distantia verò GD non sit maior AG quarta circuli; minorẽ verò cum AGC angulum efficiat helix AEL, quàm AFB, & AFB minorem, quàm ACK. Dico primùm maiorem aquæ copiam attolli posse helice AEL, quàm AFB, & maiorem AFB, quam ACK. Secetur AEL bifariam in I. Fiatque AQ æqualis AI. Quoniam igitur planum per I ductum ipsi ADC, & orizonti æquidistans helicem contingeret in I erit sanè punctum I infimum; vnde punctum L supremum existit; & quoniam QA AI IL sunt æquales, erit AIL æqualis QI, quæ æqualis est dimidiæ helicis portioni, quæ impletur aqua, vt rursum attolli possit. Quocirca (eodem enim modo ostendetur) AFB ACK sunt quoq; dimidiæ portionum, quibus attolli potest aqua. At verò quoniam helix AEL maior est AFB; & AFB maior ACK; maior aquæ copia attolletur heli-

12 secũdi huius.

Cor. 5. huius.

Ex Cor. 13. huius

Secet ellipsis ABC orizonti æquidistans helices, quarum quartæ similiter transeat per A, linea verò in cylindro quadrans DBE, cuius centrum A ellipsi occurrat in punctis, vt BF, manifestum est helices in BF pertingentes, vt AGB AHF inter se æquales esse, & quoniam hæ sunt dimidiæ portiones helicium, quibus aqua sursum attolli potest, si fuerit helix KL, quæ cum basi angulum efficiat, vt efficit AHF cum circulo ACE, tanta aquæ copia attolletur helice KL, quanta helice KAM, hoc autem eodem modo contingit, siue linea DBFE ellipsim in duobus punctis secet, siue ipsam contingat, & secet. Similiter, si linea in cylindro quadrans in pluribus punctis ellipsi occurrerit, vt tribus ostenderetur plures quoque, ac totidem dari posse helices, quibus æqualis aquæ copia possit attolli, quod demonstrare oportebat.



Ex 1. huius.

1. huius. Cor. 13. huius.

Ex 9. huius.

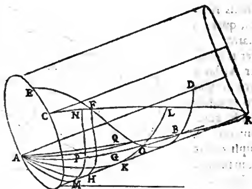
PROPOSITIO XVI.

Iisdem positis, si linea in cylindro quadrans ellipsim in duobus tantùm punctis secuerit, helix quidem assumi, ita posibile est, vt aliæ dari possint helices, quæ maiorem angulum cum basi efficiant, maioremque aquę copiam attollant, quam assumpta helix, itidemq; aliæ reperiri possint, quæ minorem cum basi angulum constituant, minorem quoque aquæ copiam attollant, quàm helix assumpta.

Iisdem

Ijſdem enim poſitis, & eodem modo cõſtructis, ſecet autem linea in cylindro quadrans ellipſim in duobus tantùm punctis BF, ſitque punctum F propinquius puncto C, quam B, ſumaturque helix AHF, quæ pertingat ad lineam in cylindro quadrantem DBE

Ex 8. huius.



in F. Deinde ſit helix AKL, ſitque punctum L in ellipſi inter BF, ſitque altera helix AMN, cuius punctum N ſit inter CF. Dico primum helicem AKL maiorem angulum cum baſi cõſtituere, quàm efficit helix AHF, & maiorem quoque aquam poſſe attolli; helicem verò AMN minorem cum baſi angulũ conſtituere, quàm helix AHF, & minorem aquæ copiam attolli. Sunt enim hæc perſpicua, ſiquidem angulum, quem conſtituit AKL, cùm circulo AEC, maiorem eſſe angulo, quem efficit helix AHF cum eodem circulo manifeſtum eſt, & quoniam helix AKL pertingit in L, linea verò quadrans DBFE pertingit in F, & eſt F proximius puncto C, quàm L, helix igitur AKL, & linea quadrans ſeſe diſpeſcent, vt in O, & quoniam helix AKO eſt æqualis helici AHF, erit AKL maior, quàm AHF, ac propterea ex dictis maior aquæ copia attolletur helice AKL, quàm helice AHF. Pariq; ratione conſtat primùm, angulum, quem efficit helix AMN cum baſi, circulo nempè ACE, minorem eſſe angulo, quem conſtituit helix AHF cum eodem circulo, & quoniam lineæ quadrantis portio FE extra ellipſim reperitur, perſpicuum eſt helicem AMN, vſq; ad lineam quadrantem DBFE minimè pertingere, vnde minor eſt helix AMN, quàm helix AHF, ac propterea minor aquæ copia attolletur helice AMN, quàm helice AHF, atque hac ratione plures dari poſſe helices ſimiliter oſtendetur, quibus maior aquę copia attolletur, quàm aſſumpta helice AHF maioresq; cum baſi angulos efficere, quàm AHF, quæ quidem helices erunt, quæ ex A, vſq; ad portionem ellipſis FRB, ſed inter FB pertingant, & plures quoque dari poſſe alias helices, quæ minorem angulum conſtituant cum baſi, quàm helix AHF minor verò ipſis aquę copia attollatur, quam helice

1. huius.

Ex Cor. 13. huius

AHL,

AHF, hæ verò erunt, quæ ex A, vsq; ad ellipsim inter FC pertingent, quod demonstrare oportebat.

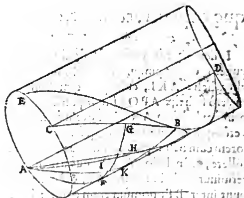
PROPOSITIO XVII.

Ijsdem adhuc positis, possibile quidem est helix assumi, ita vt plures esse possint helices, quæ minorem cum basi angulum efficiant, maioremq; aquæ copiam attollant, quàm assumpta helix; aliæ verò esse possint, quæ maiorem angulum constituant, minorem verò aquę copiam attollant, quàm helix assumpta.

Ijsdem prorsus positis sit similiter in quadrante linea punctum F puncto C propinquius, quàm B, sumaturque nunc helix AGB, sitq; altera helix AKL, cuius punctum L in ellipsi existat, inter BF, altera verò sit helix APQ; sitque punctum Q in ellipsi inter AB. Dico primùm helicem AKL minorem cum basi angulum efficere, maiorem verò aquæ copiam attollere, quàm helix AGB helicem verò APQ maiorem cum basi angulum constituere, minorem verò aquæ copiam attollere, quàm helix AGB, quod idem continget omnibus alijs, quæ terminum habebunt inter AB, & è contra contingēt ijs, quæ terminabunt inter BF, primùm enim constat helicem AKL minorem cum circulo ACE angulum constituere, quàm efficit helix AGB, & quoniam in linea quadrante DBFE helices AKO AGB sunt æquales, *1. huius.* erit AKL maior AGB, quapropter helice AKL maior aquæ copia attolletur, quàm helice AGB. Similiter est manifestum maiorem esse angulum, quem efficit cum circulo ACE helix APQ, quàm AGB, & quoniam APQ non pertingit ad lineam quadrantem ABE, erit APQ minor AGB, vnde & minor aquæ copia attolleretur helice *Ex Cor. 13. huius* APQ, quàm helice AGB, & ita in alijs, quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO XVIII.

Si iisdem positis in data cylindri inclinatione, linea quadrans ellipsim per quartam helicium transeuntem, orizontiq; æquidistantem tantummodò extra contigerit; helix quæ per contactum transit, maiorem aquę copiam attollet cæteris helicibus.



Eadem exponantur, sed linea in cylindro quadrás DBE ellipsim ABC tantùm contingat in B, sintque plures, & quotcunque helices AFG AKB AIH. Dico maiorem aquę copiam attolli posse helice AKB, quàm cęteris AFG AIH. Hoc enim ex se manifestũ apparet; nam helices ipsi AKB æquales pertingere debent, vsque ad lineam DBE, & quæ terminum habent in ellipsi ad lineam DBE peruenire non possunt, siquidem DBE ellipsim tantum contingit; erit propterea helix AKB alijs AFG AIH maior; vnde maior aquæ copia attolletur helice AKB, quàm omnibus alijs, quod demonstrare oportebat.

Ex 7. & 8. huius.

Ex 1. huius.

Ex Cor. 13. huius.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

Iisdem positis, si linea in cylindro quadrãs ellipsim extra contigerit, helix assumi potest, ita vt alię possint helices esse, quæ maiorem, & minorem cum basi angulum efficiant, minorem verò semper aquæ copiã attollant, quàm assumpta helix.

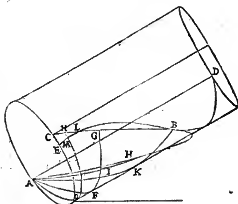
Iisdem constructis, ac primùm linea quadrans DBE ellipsim tantùm extra contingat. Dico AKB maiorem aquæ copiam attolli posse, quàm AFG, & AIH; & AFG minorem cum basi angulum efficere, quàm AKB, sed AIH maiorem cum basi angulum constituere, quàm AKB. Sunt enim hæc omnia ex præcedenti manifesta. *Ex 7. & 8. huius.*

Si verò fuerit, vt in altera figura quadrans linea DBE quæ ellipsim contingat in B, deinde ipsam secet quoq; vt in L, sint verò helices eodem modo descriptæ; punctum autem G in ellipsi sit inter BL, nimirũ helix AFG minorem cum basi angulum efficiet, quàm helix AKB, & AKB minorem; quàm helix AIH, helix tamen assumpta AKB maiorem aquæ copiam attollet, quàm helices AFG AIH, siquidem AKB maior est ipsis AFG AIH, quod demonstrare oportebat. *Ex 11. huius.* *Ex Cor. 15. huius.*

X PRO-

PROPOSITIO XX.

Si ijsdem positis, linea quadrãs ellipsim extra contigerit, & secuerit, dari poterunt helices, quæ maiorem aquæ copiam attollant, quàm ea, quę per contactum transit.



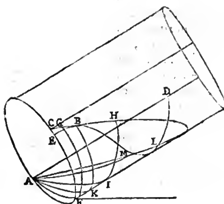
Ex 11. huius. Ijsdem cõstructis, extra contingat similiter linea quadrans ellipsim in B, secet verò in L, & inter L E vbicunque transeat helix AOMN, quæ occurrat ellipsi in N. Dico maiorem aquę copiam attolli helice AON, quàm AKB. Cùm enim sit AON maior AOM, sitque AKB ęqualis AOM, maior erit AON, quàm AKB, quare maior aquæ copia attolletur helice AON, quàm AKB, eademq; prorsus ratione omnibus alijs helicibus inter LC existentibus maiorem aquæ copiam attolli, quàm helice AKB, similiter ostendetur, quod demonstrare oportebat. *Ex Cor. 13. huius*

PROPOSITIO XXI.

Ijsdem positis si linea in cylindro quadrans ellipsim intus contigerit, helix assumi possibile est, ita vt aliæ possint esse, quę & maiorem, & minorem cum basi angulum constituant, maiorem verò aquę copiam attollant, quàm helix assumpta.

Eadem

Eadem intelligantur, linea verò quadrans DBE ellipsim ABC intus cõtingat in B, quæ quidem ipsam quoq; secabit, vt in L. Ducaturq; helix AKB, quæ intelligatur assumpta, helicesque ducantur AIH AFG, sitq; punctum H inter BL, G verò inter BC. Dico helices AFG AIH maiorem aquæ copiam attollere, quàm helix



Ex 10. huius.

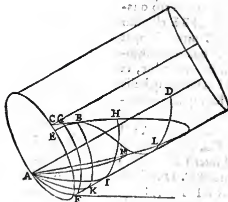
AKB, & AFG minorem cum basi angulum efficere, quàm helix AKB (vt constat) helicem verò AIH maiorem angulum cum circulo AEC efficere, quàm AKB. Porrò constat helicem AKB minorem esse, quàm helices AFG AIH; ergo AFG AIH maiorem aquæ copiam attollent, quàm AKB, quod idem continget alijs helicibus inter BL, & BC existentibus, quod demonstrare oportebat. *Ex Cor. 13. huius.*

PROPOSITIO XXII.

Ijsdem denique positis, si linea in cylindro quadrans ellipsim intus contigerit, dari poterunt helices, quę minorem aquæ copiam attollent, quàm helix, quæ per contactum transit.

Ijsdem

Ex 10. huius. Iisdem enim constructis, nimirum cōtingat linea quadrans ellipsim intus in B, secet verò in L, sumatur inter A L, quod vis punctum M, & per A M ducatur helix AM. Dico helice AM minorẽ aquæ copiam attolli posse, quàm helice A K B, omnia enim perspicua sunt; cum sit helix AM minor A K B, quod demonstrare oportebat.



F I N I S.

F. Andreas Berna minorita Conu. Vidit, & ad verbum castigauit.